

UDK 517.984

PANJARADAGI IKKI ZARRACHALI SISTEMAGA MOS MODEL
OPERATORNING SONLI TASVIRI HAQIDA

Husenova Jasmina To'loqinovna

Buxoro davlat universiteti

j.t.husenova@buxdu.uz

ORCID 0009-0003-3365-7922

Annotatsiya. Ushbu ishda bir o'lchamli panjaradagi ikki zarrachali sistemasiga mos model operator $L_2[-\pi; \pi]$ kompleks Hilbert fazosida aniqlangan chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida qaralgan. Tadqiq qilinayotgan model operatorning sonli tasviri yordamchi uchta bir o'lchamli model operatorlarning sonli tasvirlari yordamida o'rganilgan.

Kalit so'zlar: panjara, zarracha, model operator, sonli tasvir.

Bizga X Hilbert fazosida aniqlangan A chiziqli chegaralangan operator berilgan bo'lsin. Quyidagi

$$W(A) := \{(Ax, x) : x \in X : \|x\| = 1\}$$

ko'rinishda aniqlangan to'plamga A operatorning sonli tasviri deyiladi. Bu tushuncha birinchi marotaba 1918-yilda Tyoplits tomonidan matritsalar uchun [1] maqolada kiritilgan hamda matritsaning barcha xos qiymatlari, ya'ni uning spektri berilgan matritsaning sonli tasvirida yotishi va sonli tasvirning chegarasi qavariq chiziq bo'lishi isbotlangan. [2] maqolada ikki o'lchamli qo'zg'alishga ega Fridriks modelining sonli tasviri bo'sag'aviy hodisalar nazariyasi usullaridan foydalanilgan. Xuddi shuningdek, [3] maqolada umumlashgan Fridriks modelining sonli tasviri torning o'lchamlaridan bog'liq ravishda bo'sag'aviy hodisalar nazariyasi usullaridan foydalanib tadqiq qilingan. Har ikkala holda ham spektr va sonli tasvirning ustma-ust tushish shartlari hamda



sonli tasvirning yopiq to'plam bo'lish shartlari topilgan. [4,5] maqolalarda ikki zarrachali sistema Hamiltonianiga mos Fridriks modelining muhim spektri va xos qiymatlari yordamida uch zarrachali sistema Hamiltonianiga mos model operatorning muhim spektrining joylashuv o'rni va tuzilishi o'rganilgan.

Ushbu ishda bir o'lchamli panjaradagi ikki zarrachali sistema Hamiltonianiga mos model operator $L_2[-\pi; \pi]$ kompleks Hilbert fazosida chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida qaralgan hamda uning sonli tasviri o'rganilgan.

$L_2[-\pi; \pi]$ kompleks Hilbert fazosida

$$H = H_0 - V_1 - V_2 - V_3 \quad (1)$$

ko'rinishdagi model operatorni qaraymiz. Bu yerda H_0 operator $u(\cdot)$ funksiyaga ko'paytirish operatori:

$$(H_0 f)(x) = u(x)f(x), \quad f \in L_2[-\pi; \pi],$$

V_α operatorlar esa qo'zg'alish operatorlari (integral operatorlar):

$$(V_\alpha f)(x) = v_\alpha(x) \int_{-\pi}^{\pi} v_\alpha(t)f(t)dt, \quad \alpha = 1,2,3, \quad f \in L_2[-\pi; \pi].$$

Model operatorning $u(\cdot)$, $v_1(\cdot)$, $v_2(\cdot)$ va $v_3(\cdot)$ parametr funksiyalari $[-\pi; \pi]$ kesmada aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar bo'lib, $v_1(\cdot)$, $v_2(\cdot)$ va $v_3(\cdot)$ paramtr funksiyalar chiziqli bog'lanmagan bo'lsin.

Parametr funksiyalarga qo'yilgan bunday shartlarda (1) tenglik bilan aniqlangan H model operator $L_2[-\pi; \pi]$ kompleks Hilbert fazosidagi chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator bo'ladi.

Tadqiq qilinayotgan operator zamonaviy matematik fizikada Fridriks modeli deb ataladi. H_0 ko'paytirish operatoriga qo'zg'almas operator, $V := V_1 + V_2 + V_3$ integral operatorga esa qo'zg'alish operatori deyiladi. $v_1(\cdot)$, $v_2(\cdot)$ va $v_3(\cdot)$ paramtr funksiyalar chiziqli bog'lanmagan bo'lgani bois, V uch o'lchamli operator bo'ladi.



Cekli o'lchamli qo'zg'alishlarda muhim spektrning o'zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasiga ko'ra H model operatorning muhim spektri uchun quyidagi

$$\sigma_{\text{ess}}(H) = \sigma(H_0) = \sigma_{\text{ess}}(H_0) = [m; M]$$

tengliklar o'rinli. Bu yerda m va M sonlari

$$m := \min_{x \in [-\pi; \pi]} u(x), \quad M := \max_{x \in [-\pi; \pi]} u(x)$$

tengliklar yordamida hisoblanadi.

Ishning asosiy natijalarini bayon qilamiz.

1-teorema. a) $M \notin W(H)$ munosabat o'rinli.

b) $z = M$ soni $W(H)$ to'plam uchun limitik nuqta bo'ladi.

2-teorema. Shunday $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$ indekslar topilib,

$$W(H_i) \subset W(H_j) \subset W(H_k)$$

munosabatlar bajariladi.

3-teorema. Agar istalgan $i \neq j, i, j = 1, 2, 3$ indekslar uchun

$$\mu(\text{supp}\{v_i\} \cap \text{supp}\{v_j\}) = 0$$

shart bajarilsa, u holda shunday $k \in \{1, 2, 3\}$ indeks topilib, $W(H_k) = W(H)$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Ta'kidlash joizki, 3-teorema shartlari bajariladigan parametr funksiyalar sinfi bo'sh emas. Yuqorida bayon qilingan 1-2-3-teoremlar H model operator sonli tasvirini tadqiq qilishda muhim ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

- [1] O.Toeplitz. Das algebraische Analogon zu einem Satze von Fejer. Math. Z., 2:1-2 (1918), pp. 187-197.
- [2] B.I.Bahronov, T.H.Rasulov. On the numerical range of a Friedrichs model with rank two perturbation: threshold analysis technique. AIP Conf. Proc. 2764 (2024), 030007-1 - 030007-10.
- [3] Т.Х.Расулов, Э.Б.Дилмуродов. Исследование числовой области значений одной операторной матрицы. Вестник Самарского



государственного технического университета, Серия физ.-мат. науки, 35:2 (2014), С. 50–63.

[4] Б.И.Бахронов, Т.Х.Расулов, М.Рехман. Условия существования собственных значений трехчастичного решетчатого модельного гамильтониана. Известия вузов. Математика. 7 (2023), С. 3-12.

[5] T.H.Rasulov, Z.D.Rasulova. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials. Nanosystems: physics, chemistry, mathematics. 5:3 (2014), pp. 327-342.

