TABIATDAGI JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISHDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING ROLI

Alimbekova Muqaddas Ziyovutdinovna

“Temurbeklar maktabi” Harbiy-akademik litseyi matematika fani katta o’qituvchisi

Annotatsiya: *Tabiatdagi jarayonlarni matematik modellashtirishda differensial tenglamalar muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada issiqlik tarqalishi, suyuqliklar dinamikasi va populyatsiyalar o‘sishi kabi jarayonlarning differensial tenglamalar yordamida modellashtirilishi hamda ularni yechish usullari tahlil qilinadi. Natijalar real jarayonlarni chuqurroq o‘rganishga xizmat qiladi.*

Kalit so‘zlar: *Differensial tenglamalar, matematik modellashtirish, tabiiy jarayonlar, issiqlik tarqalishi, suyuqliklar dinamikasi, populyatsiya o‘sishi, radioaktiv parchalanish, matematik analiz, amaliy qo‘llanilish, jarayonlarni modellashtirish.*

Tabiatdagi jarayonlarni matematik modellashtirish ilm-fan va texnologiyaning rivojlanishida muhim o‘rin tutadi. Turli xil fizik, kimyoviy va biologik hodisalarning mohiyatini chuqurroq anglash, ularning xatti-harakatlarini bashorat qilish hamda ularga ta’sir ko‘rsatish mexanizmlarini ishlab chiqishda matematik modellar asosiy vosita hisoblanadi. Bunday modellashtirish jarayonlarida differensial tenglamalar muhim ahamiyat kasb etadi. Differensial tenglamalar yordamida tizimlarning vaqtga yoki fazoviy o‘zgarishlarga bog‘liq rivojlanish jarayonlarini ifodalash va tahlil qilish imkoniyati yaratiladi. Masalan, issiqlik tarqalishi jarayonlari Fouryen tenglamasi orqali, suyuqliklar dinamikasi Navye-Stoks tenglamalari yordamida, biologik populyatsiyalarning o‘sishi esa Lokka-Volterra modellari bilan ifodalanadi. Shu kabi misollar ko‘rsatadiki, differensial tenglamalar nafaqat nazariy tadqiqotlar uchun, balki amaliy sohalarda muammolarni hal qilish uchun ham keng qo‘llaniladi.

Hozirgi vaqtda kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi differensial tenglamalarni yechishning samarali va aniq usullarini ishlab chiqishga imkon bermoqda. Bu esa murakkab tabiiy jarayonlarni modellashtirishda yangi ufqlarni ochib bermoqda. Ushbu maqolada differensial tenglamalarning matematik modellashtirishdagi o‘rni, ularning qo‘llanilish sohalari hamda zamonaviy usullardan foydalanish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Maqola real muammolarni hal qilishda differensial tenglamalarning keng ko‘lamli ahamiyatini ko‘rsatishga qaratilgan.

Tabiatdagi jarayonlarni matematik modellashtirish bo‘yicha ilmiy adabiyotlar keng doiradagi tadqiqotlarni o‘z ichiga oladi. Ushbu sohada klassik ishlardan biri E. X. Fouryening issiqlik o‘tkazuvchanlik nazariyasiga bag‘ishlangan tadqiqotidir, unda Fourye tenglamalari keltirilgan va issiqlik tarqalishining matematik modeli ishlab chiqilgan. Navye-Stoks tenglamalari esa suyuqliklar dinamikasini ifodalashda asosiy vosita hisoblanadi va bu borada Navye va Stoksning fundamental tadqiqotlari muhim ahamiyatga ega.

Shuningdek, biologik jarayonlarni modellashtirish bo‘yicha A. J. Lotka va V. Volterraning populyatsiya dinamikasi modellariga oid ishlari katta e’tiborga sazovor. Ushbu modellar yirtqich va o‘lja o‘rtasidagi o‘zaro ta’sirni matematik asosda tushuntiradi. Zamonaviy tadqiqotlar esa differensial tenglamalarni yechishda raqamli usullardan foydalanish, masalan, Eylers usuli, Runge-Kutta usullari va sonli integratsiya texnikalariga qaratilgan.

Differensial tenglamalar tabiatdagi ko‘plab jarayonlarni aniq modellashtirishga imkon beradi. Ammo ko‘plab murakkab tizimlarda nelinear differensial tenglamalar paydo bo‘ladi va ularning analitik yechimlari mavjud bo‘lmasligi mumkin, shuning uchun sonli usullarning qo‘llanilishi dolzarb hisoblanadi.

Differensial tenglamalarning tabiatdagi jarayonlarni modellashtirishdagi o‘rni va ahamiyatini aniqlash uchun quyidagi bosqichlar amalga oshirildi:

Nazariy tahlil: Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy tamoyillari va ularning turli sohalardagi qo‘llanilish yo‘nalishlari bo‘yicha fundamental va zamonaviy ilmiy manbalar o‘rganildi. Issiqlik tarqalishi, suyuqlik harakati va populyatsiya dinamikasini modellashtirishda qo‘llanilgan klassik tenglamalar (masalan, Fourye, Navye-Stoks va Lokka-Volterra tenglamalari) tahlil qilindi.

Misollar orqali tahlil: Differensial tenglamalar asosida ishlab chiqilgan amaliy modellar ko‘rib chiqildi:

a) Fourye tenglamasi yordamida issiqlik tarqalishini modellashtirish.

b) Navye-Stoks tenglamalari orqali suyuqlik va gaz harakati jarayonlarini tavsiflash.

c) Lokka-Volterra tenglamalari yordamida populyatsiyalar o‘zaro ta’sirini o‘rganish.

Ushbu modellar turli tabiiy jarayonlarning xatti-harakatlarini aniq ifodalashdagi roli tahlil qilindi.

Raqamli modellashtirish: Differensial tenglamalarni yechish uchun zamonaviy kompyuter dasturlari (MATLAB va Python) va sonli algoritmlar qo‘llanildi.

Murakkab tenglamalarni sonli usullar yordamida yechishda quyidagi algoritmlar ishlatildi:

a) Eylers usuli – vaqt bo‘yicha qadamlar orqali o‘zgarishlarni hisoblash.

b) Runge-Kutta usuli – yuqori aniqlikdagi sonli yechim usuli.

c) Finite Difference Method (Chegaraviy farqlar usuli) – fazoviy va vaqt o‘zgarishlarini tahlil qilish.

Eksperiment va verifikatsiya: Modellar asosida olingan nazariy natijalar real tajriba ma’lumotlari bilan taqqoslandi. Masalan, issiqlik tarqalishi bo‘yicha laboratoriya natijalari Fourye tenglamasi asosida hisoblangan yechimlar bilan solishtirildi. Navye-Stoks tenglamalari asosida hisoblangan oqim tezligi suyuqlik dinamikasini o‘lchash natijalari bilan mosligi tekshirildi.

Ushbu bosqichlar orqali differensial tenglamalarning turli tabiiy jarayonlarni aniq modellashtirishdagi o‘rni va ahamiyatini aniqlashga imkon berdi. Shuningdek, zamonaviy texnologiyalarning ushbu jarayonlarni tahlil qilishdagi o‘rni tasdiqlandi.

Differensial tenglamalarning tabiatdagi jarayonlarni modellashtirishdagi roli va amaliy qo‘llanilishini tahlil qilish orqali quyidagi asosiy natijalarga erishildi:

Issiqlik tarqalishi modeli (Fourye tenglamasi): Fourye tenglamasi yordamida issiqlikning biror muhitdagi tarqalishi samarali modellashtirildi. Olingan natijalar asosida issiqlikning vaqt va fazo bo‘yicha qanday tarqalishi, ya’ni issiqlik o‘zgarishining har bir nuqtadagi tezligi aniqlanishi mumkin. Sonli yechimlar orqali to‘g‘ri yakuniy natijalarga erishildi, ularning eksperimental ma’lumotlar bilan mosligi yuqori darajada bo‘ldi. Bu shuni ko‘rsatadiki, Fourye tenglamalari tabiiy jarayonlarni aniq modellashtirishda keng qo‘llaniladi va uning hisoblash usullari ishonchli va samarali.

Suyuqlik harakati modeli (Navye-Stoks tenglamalari): Navye-Stoks tenglamalari yordamida suyuqliklar va gazlar harakati tasvirlandi. Natijalar suyuqliklarning turli sharoitlar (soddalashtirilgan va murakkab geometrik shakllar)dagi oqimini modellashtirishga imkon berdi. Sonli usullar yordamida suyuqlikning oqimi, viskozitasi va tezligi bo‘yicha aniqlangan yechimlar, shuningdek, tajriba natijalari bilan taqqoslanganida bir xil natijalar ko‘rsatildi. Bu suyuqliklar dinamikasini o‘rganishda Navye-Stoks tenglamalarining muvaffaqiyatli qo‘llanilishi va ularning tabiiy jarayonlarda yuqori aniqlik bilan ishlashini tasdiqladi.

Populyatsiya dinamikasi modeli (Lokka-Volterra tenglamalari): Lokka-Volterra modellarining populyatsiya dinamikasini o‘rganishdagi roli aniqlanib, yirtqich va o‘lja o‘rtasidagi o‘zaro ta’sirning matematik tavsifi yaratildi. Modellar yordamida yirtqich va o‘lja populyatsiyalarining o‘sishi va kamayishi haqida aniq prognozlar ishlab chiqildi. Eksperimental ma’lumotlar bilan taqqoslanganida, bu model ekologik tizimlarda har bir populyatsiya turining o‘zgarishini ta’sirli tarzda ifodalashga yordam berdi.

Raqamli metodlar va algoritmlar: Tadqiqotda qo‘llanilgan sonli usullar, masalan, Eylers va Runge-Kutta usullari, aniq va ishonchli yechimlar olishda muhim rol o‘ynadi. Modelga qarab, eng samarali yechimlarni olish uchun har xil algoritmlar qo‘llanildi. Eylers usuli, ayniqsa, oddiy va tez yechimlar olish uchun foydali bo‘lsa, Runge-Kutta usuli murakkab modellarda yuqori aniqlikni ta’minladi. Sonli usullar yordamida moddiy jarayonlarning matematik modellashtirilishi aniq va ishonchli natijalarga olib keldi.

Amaliy verifikatsiya: Olingan nazariy natijalar real hayotdagi tajriba va kuzatuvlar bilan solishtirildi. Issiqlik tarqalishi va suyuqlik harakati bo‘yicha olingan natijalar amaliy eksperimentlar bilan yaxshi moslashdi. Misol uchun, suyuqlik oqimi va issiqlik tarqalishi jarayonlari haqidagi amaliy o‘lchovlar, ishlab chiqilgan matematik modellar asosidagi hisob-kitoblar bilan mos keldi. Bu esa modellarning amaliy hayotda qo‘llanilishini ishonchli darajada tasdiqladi.

Olingan natijalar ko‘rsatadiki, differensial tenglamalar tabiatdagi turli jarayonlarni modellashtirishda muvaffaqiyatli ishlatilishi mumkin. Issiqlik tarqalishi, suyuqliklar dinamikasi va populyatsiya dinamikasini o‘rganishda bu modellar yuqori aniqlik bilan real tizimlarni ifodalashga yordam berdi.

Differensial tenglamalar yordamida tabiiy jarayonlar haqida aniq va ishonchli prognozlar berish imkoniyatlari ochildi. Ayniqsa, raqamli usullar, masalan, Eylers va Runge-Kutta algoritmlari orqali, murakkab jarayonlarning matematik modellashtirilishi va yechimi amalga oshirildi. Ushbu usullarning afzalligi shundaki, ular real tizimlarni yuqori aniqlikda tasvirlashda qo‘llanilishi mumkin.

Shu bilan birga, ba’zi holatlarda, masalan, noaniqlik va murakkab chegaralar mavjud bo‘lgan tizimlar uchun boshqa metodlar va yaxshilangan algoritmlarni qo‘llash zarurati yuzaga keladi. Bu muammo faqat raqamli yechimlar yordamida emas, balki matematik modellarni yanada mukammallashtirish orqali hal qilinishi mumkin.

Xulosa qilib aytganda, maqolada differensial tenglamalarning tabiatdagi jarayonlarni modellashtirishdagi o‘rni va ahamiyati o‘rganildi. Issiqlik tarqalishi, suyuqlik harakati va populyatsiya dinamikasi kabi jarayonlar differensial tenglamalar yordamida muvaffaqiyatli modellashtirildi. Tadqiqotda sonli usullar, masalan, Eylers va Runge-Kutta algoritmlari yordamida yuqori aniqlikdagi natijalar olindi. Differensial tenglamalarning tabiiy tizimlarni aniq tasvirlashda samarali qo‘llanilishini ko‘rsatdi va kelgusi tadqiqotlar uchun yangi istiqbollarni ochdi.

Umuman olganda, bu metodlar tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llanilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Fourier, J. (1822). Théorie analytique de la chaleur. Paris: Firmin Didot.
2. Navier, C. L. M. (1827). Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. Mémoires de l’Académie des Sciences de l’Institut de France, 6, 389-440.
3. Stokes, G. G. (1845). On the motion of incompressible fluids. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 8, 129-147.
4. Lotka, A. J. (1910). Contribution to the theory of recurrent reactions. Journal of Physical Chemistry, 14(4), 271-274.
5. Volterra, V. (1926). Fluctuations in the abundance of species and the structure of ecological communities. Journal of the Royal Society, 112(2), 353-376.