**UDK 517.984**

# BIR O‘LCHAMLI PANJARADA UCH O‘LCHAMLI QO‘ZG‘ALISHGA EGA FRIDRIXS MODELINING XOS QIYMATLARI

*Husenova Jasmina To‘lqinovna*

*Buxoro davlat universiteti*

*j.t.husenova@buxdu.uz*

*ORCID 0009-0003-3365-7922*

***Annotatsiya.*** *Ushbu ishda bir o‘lchamli panjaradagi ikki zarrachali sistema Hamiltonianiga mos keluvchi hamda uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega Fridrixs modeli qaralgan. Bu model* $L_2[-\pi;\pi]$ *kompleks Hilbert fazosidagi chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator sifatida o‘rganilgan. Fridrixs modeli muhim spektrdan chapda joylashgan ko‘pi bilan uchta xos qiymatga ega bo‘lishi, muhim spektrdan o‘ngda joylashgan xos qiymatlarga ega bo‘lmasligi keltirilgan.*

***Kalit so‘zlar:*** *panjara, ikki zarrachali sistema, Hamiltonian, Fridrixs modeli, qo‘zg‘alish operatori, muhim va diskret spektrlar, xos qiymat.*

Panjaradagi ikki zarrachali sistema Hamiltoniani va unga mos keluvchi Fridrixs modelining spektral xossalarini o‘rganish masalasi qattiq jismlar fizikasi, statistik fizika, kvant maydon nazariyasi, kvant mexanikasi, statistik mexanika va gidrodinamikaning dolzarb muammolaridan biri hisoblanadi. Fridrixs modelining spektral xossalari ko‘plab ishlarda, jumladan [1-5] maqolalarda tahlil qilingan. Mazkur ishlarda asosan chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega Fridrixs modeli uchun bo‘sag‘aviy xos qiymatlar, virtual sath, sonli tasvir tushunchalari o‘rganilgan hamda mos Fredgolm determinantining asimptotik yoyilmasi keltirilgan. Mazkur ishda uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega hol o‘rganilgan.

$L_2[-\pi;\pi]$ kompleks Hilbert fazosida

$$H = H_0 - V_1 - V_2 - V_3 \tag{1}$$

ko‘rinishdagi Fridrixs modeli deb ataluvchi operatorni qaraymiz. Bu yerda $H_0$

operator $u(\cdot)$ funksiyaga ko‘paytirish operatori bo‘lib, quyidagi ko‘rinishda aniqlanadi:

$$(H_0 f)(x) = u(x)f(x), \quad f \in L_2[-\pi;\pi],$$

$V_\alpha$ operatorlar esa qo‘zg‘alish operatorlari (integral operatorlar) bo‘lib,

$$(V_\alpha f)(x) = v_\alpha(x)\int_{-\pi}^{\pi} v_\alpha(t)f(t)dt, \ \ \alpha = 1,2,3, \qquad f \in L_2[-\pi;\pi]$$

ko‘rinishda aniqlangan. Operatorning parameter funksiyalari $u(\cdot)$, $v_1(\cdot)$, $v_2(\cdot)$ hamda $v_3(\cdot)$ funksiyalar $[-\pi;\pi]$ kesmada aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar.

Parametr funksiyalarga qo‘yilgan bunday shartlarda (1) tenglik bilan aniqlangan $H$ operator $L_2[-\pi;\pi]$ Hilbert fazosidagi chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator bo‘ladi.

Tadqiq qilinayotgan operator zamonaviy matematik fizikada Fridrixs modeli deb ataladi. $H_0$ ko‘paytirish operatoriga qo‘zg‘almas operator, $V \coloneqq V_1 + V_2 + V_3$ integral operatorga esa qo‘zg‘alish operatori deyiladi.

Ma’lumki, impuls ko‘rinishdagi $h$ ikki zarrachali diskret Shryodinger operatori $L_2(T^2)$ ($T^2$ – ikki o‘lchamli tor) Hilbert fazosida ta’sir qiladi. Sistemaning $k$ to‘la kvaziimpulsi ajratilgach $h$ operator

$$\int_T \oplus\, h(k)dk$$

to‘g‘ri integralga yoyiladi, bu yerda chiziqli, chegaralangan $h(k), k \in T$ operator $L_2(G_k)$ ($G_k \subset T$ – biror ko‘pxillik) Hilbert fazosida ta’sir qiladi. $H$ Fridrixs modeli $h(0)$ ikki zarrachali diskret Shryodinger operatorining asosiy spektral xossalariga ega bo‘ladi. Shu sababli, $H$ Fridrixs modelini bir o‘lchamli panjaradagi ikkita zarrachalar sistemasiga mos Hamiltonian sifatida qarash mumkin.

Chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasiga ko‘ra $H$ operatorning muhim spektri $H_0$ operatorning muhim spektri bilan ustma-ust tushadi. $H_0$ operator $u(\cdot)$ uzluksiz funksiyaga ko‘paytirish operatori bo‘lganligi bois, faqat sof muhim spektrga ega. Shunday qilib, quyidagi tengliklar o‘rinlidir:

$$\sigma_{\text{ess}}(H) = \sigma(H_0) = \sigma_{\text{ess}}(H_0) = [m; M].$$

Bu yerda $m$ va $M$ sonlari

$$m := \min_{x\in[-\pi;\pi]} u(x), \qquad M := \min_{x\in[-\pi;\pi]} u(x)$$

tengliklar yordamida aniqlanadi.

Quyidagi teorema $H$ Fridrixs modeli xos qiymatlarining soni va joylashuv o‘rnini tavsiflaydi.

**1-teorema.** $H$ Fridrixs modeli muhim spektrdan chapda, ya’ni $m$ nuqtadan chapda joylashgan ko‘pi bilan 3 ta xos qiymatlarga ega. Bundan tashqari, $H$ Fridrixs modeli muhim spektrdan o‘ngda, ya’ni $M$ nuqtadan o‘ngda joylashgan xos qiymatlarga ega emas.

$V_1 + V_2 + V_3$ operator musbat aniqlangan, shu bois istalgan $z \geq M$ soni va $f \epsilon L_2[-\pi;\pi]$ element uchun

$$\big((H - z)f, f\big) = \big((H_0 - z)f, f\big) - ((V_1 + V_2 + V_3)f, f) < 0$$

munosabatlar o‘rinlidir. Oxirgi mulohazadan $H$ Fridrixs modeli $M$ nuqtadan o‘ngda joylashgan xos qiymatlarga ega emasligini hosil qilamiz.

**Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati.**

[1] М.Э.Муминов. О выражении числа собственных значений модели Фридрихса. Матем. заметки. 82:1 (2007), С. 75-83.

[2] Б.И.Бахронов, Т.Х.Расулов, М.Рехман. Условия существования собственных значений трехчастичного решетчатого модельного гамильтониана. Известия вузов. Математика. 7 (2023), С. 3-12.

[3] S.Albeverio, S.N.Lakaev, Z.I.Muminov. The threshold effects for a family of Friedrichs models under rank one perturbations. J. Math. Anal. Appl., 330 (2007), P. 1151-1168.

[4] B.I.Bahronov, T.H.Rasulov. On the numerical range of a Friedrichs model with rank two perturbation: threshold analysis technique. AIP Conf. Proc. 2764 (2024), 030007-1 - 030007-10.

[5] T.H. Rasulov, Z.D. Rasulova. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials. Nanosystems: physics, chemistry, mathematics. **5**:3 (2014), pp. 327-342.