Интегрирование биномиального дифференциала

Худайбергенова Дилрабо Уктамжоновна,

Хамидова Бону Жуманазаровна

Сейтов Айбек Жумабаевич

Национальный Университет Узбекистана имени Мирза Улугбека

Важнейшие понятие встречающейся в математическом анализе это интегралы. Они возникают при решение задач таких как восстановление функции по её производной, нахожденение площади и объёма под кривой, и т.д. Смотря на сферу интегралы используется по-разному, например в физике для того чтобы найти пройденный путь при неравномерном движение, массы неоднородного тела, работу тела. В астрономии движение, площадь звёзд и даже используется в медицине. Математики для них находит методы решение интеграла. Смотря на тип интеграла можно применить подходящий метод.

Интегририрование биномиального дифференциала.

Выражение вида $x^m \times (a+bx^n)^p dx$ биномиальным дифференциалом. m,n,p- рациональные числа.

В таких случаях используется теореме Чебышева интеграл

$$\int x^m \times (a+bx^n)^p dx$$

может быть приведен к интегрированию рациональных функций лишь в

следующих трех случаях:

случай 1. Пусть p-целое число. Полагаем x=t^N , где N – общий знаменатель дробей m и n .

случай 2. Пусть $\frac{m+1}{n}$ -целое число. Предположим $a+bx^n = T^N$

N знаменатель дроби p.

случай 3. Пусть $\frac{m+1}{n}+p$ -целое число. Полагаем $\frac{a}{x^n}+b = z^N$

N знаменатель дроби p.

Пример: $\int \frac{\sqrt[5]{(1+\sqrt[3]{x^2})^4}}{x^2\sqrt[5]{x}}$

Сперва приводим к такому $\int x^m(a+bx^n)^p\,dx$ виду.

Это будет $\int x^{\frac{-11}{5}}\sqrt[5]{(1+\sqrt[3]{x^2})^4}\ dx$. Здесь $m=\frac{-11}{5}$, a=b=1, n=$\frac{2}{3}$, p=$\frac{4}{5}$

Надо проверить наши 3 случай.

1 случай, когда з целое число, но здесь з рациональное число.

2 случай, когда $\frac{m+1}{n}$ -целое число вычисляя получим ответ $\frac{-9}{5}$ тоже рациональное

3 случай, когда $\frac{m+1}{n}+p$ -целое число тоже вычисляя получим -1.Получили целое число тогда замена будет такова $\frac{a}{x^n}+b=z^N$

Решение

$$\int x^{\frac{-11}{5}}\sqrt[5]{(1+\sqrt[3]{x^2})^4}\ dx \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}+1=z^5 \\ 1+\sqrt[3]{x^2})=z^5\times\sqrt[3]{x^2} \\ (z^5-1)\sqrt[3]{x^2}=1 \\ \sqrt[3]{x^2}=\frac{1}{(z^5-1)} \\ x=\left(\frac{1}{(z^5-1)}\right)^{\frac{2}{3}}\ (1) \\ dx=\frac{3}{2}(\frac{1}{(z^5-1)})^{\frac{1}{2}}\times\frac{-5z^4}{(z^5-1)^2}\ dz \end{bmatrix}$$

Подстановку сделали и в (1) взяли и обеих сторон производную .

Переписываем интеграл

$$\int((\left(\frac{1}{(z^5-1)}\right)^{\frac{3}{2}})^{\frac{-11}{5}}(z^5\frac{1}{(z^5-1)})^{\frac{4}{5}}\frac{3}{2}(\frac{1}{(z^5-1)})^{\frac{1}{2}}\times\frac{-5z^4}{(z^5-1)^2}\ dz=$$

$=\frac{-3}{2}\int\left(\frac{1}{(z^5-1)}\right)^{\frac{-33}{10}}\times\frac{z^4}{(z^5-1)^{\frac{4}{5}}}\times\frac{5z^4}{(z^5-1)^{\frac{5}{2}}}dz$ (так как знаменатели одинаковы складываем их степени

$$\frac{-15}{2}\int\frac{z^8}{(z^5-1)^0}dz=\frac{-15}{2}\int z^8dz=\frac{-15}{2}\frac{z^9}{9}+c$$

Затем на месте z подставляем $(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}+1)^{\frac{1}{5}}$

$$\frac{-15}{18}\times(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}+1)^{\frac{9}{5}}+c=\frac{-5}{6}\times\sqrt[5]{(\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}})^9}+c=\frac{-5}{6}\times\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}\times\sqrt[5]{(\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}})^4}+c=$$

$$=\frac{-5}{6}\times\frac{(1+\sqrt[3]{x^2})\times\sqrt[5]{(1+\sqrt[3]{x^2})^4}}{\sqrt[6]{x^5}}+c$$

Таким образом, ответ будет $\frac{-5}{6}\times\frac{(1+\sqrt[3]{x^2})\times\sqrt[5]{(1+\sqrt[3]{x^2})^4}}{\sqrt[6]{x^5}}+c$

Главное правильно выбрать подходящий случай для интегрирование биномиального дифференциала.

Давайте теперь рассмотрим ,где может использоваться интегрирование биномиального дифференциала;

1. В математическом анализе **:**для нахождения первообразных функцией содержащих биноминальные выражения
2. Физике: при решении задач, связанных с движением частиц в потенциальных полях ,где потенциал может выражен как биноминальная функция
3. В экономике и финансовой математике: для моделирование и анализа различных экономических процессов
4. В инженерных задачах**:** при вычислении моментов инерции, работы сил , энергии и других величин , которые представлены в виде биномиальной функции .

Давайте сделаем вывод !!!

Интегрирование биномиального дифференциала является мощным инструментом в сфере математического анализа. Хорошо усваивая его свойства и метода позволяет результативно справляться с огромным спектром задач ,а также развитию аналитических задач