Интеграл Элегантных Площадей

Хамидова Бону Жуманазаровна ,

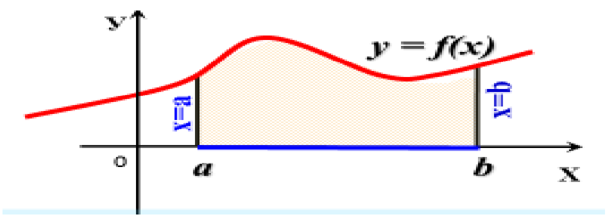
Худайбергенова Дилрабо Уктамжоновна

Сейтов Айбек Жумабоевич

Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбек

Интегралы является основной для различной областей математике и науки а также включая анализ, физику, экономику ,инженерию и дифференциальные уравнения .В основном интегралы используются для вычисления площади кривой ,презентованной графиком функции .Интегралы бывают определенные и не определенные именно определенный интеграл представляет собой численное значение площади под кривой функции между двумя точками :$\int_b^a f(x)$,тут a и b -пределы интегрирования

$f(x)$ является непрерывной в [a ;b] и для ∀x $\in [a; b] \Rightarrow f(x) \geq 0$ тогда фигура ограниченная с линиями x=a ,x=b , y= $f(x)$ и с осью ox называется криволинейной трапецией .



По определению определенного интеграла можно получить формулы

$$S = \int_b^a f(x)\, d(x)$$

Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$не прерывная в сегменте [a;b] где $f(x) \geq 0$ и $g(x) \geq 0$. Площадь фигуры ограниченной x=a ,x=b , y= $f(x)$, $y = g(x)$ *вычисляется с помощью формулы*

$$\mathbf{S} = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx$$

Давайте рассмотрим пример на площадь криволинейной трапеции так как эта тема посвящается нахождение площадей с методом интегрирований функции

Пример : Даны две функции $y=4-x^2$ и $y=x^2-2x$ Найдите площадь фигуры ограниченной с этими линиями

1. С начало начертим график этих двух функцией в декартовом системе

2. Найдем точки пересечения этих двух функцией

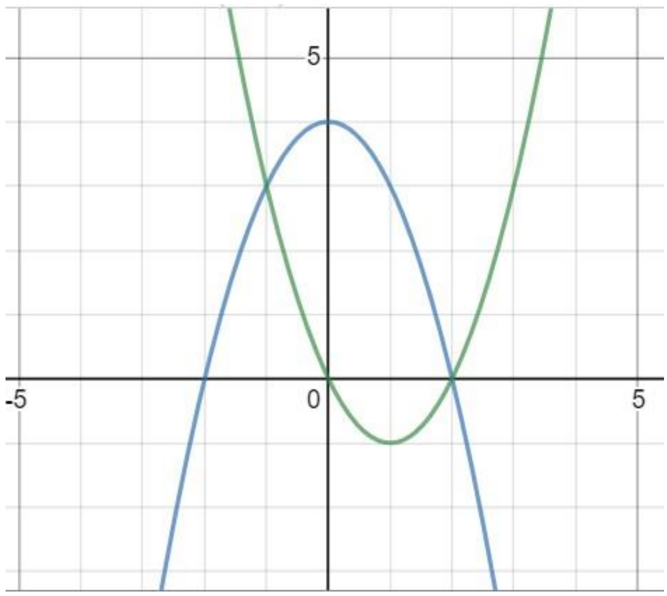
3. Эти найденные точки будут пределами интегрирования их будет два a и b и подставим в формулу : $\mathbf{S} = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx$

4. Посчитаем и это будет площадью фигуры ограниченной с линиями a и b

А теперь по шаговое решение

Давайте теперь рассмотрим пошаговое решение .Поехали !!!

1.Начертим чертеж этих функцией Будет лучше видно когда обе функции чертить в одну систему , часть где закрыто границами этих функцией ,будет площадью



Как вы видите мы должны найти площадь этой кривой функции

2 .Для того чтобы найти точки их пересечения нам всего лишь надо их уровнять

$$4 - x^2 = x^2 - 2x$$

Вслед решаем квадратное уравнение вида: $2x^2 - 2x - 4 = 0$

Отсюда получаем две корни этого уравнения: $\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{matrix}$

3 .Эти точки являются соответственно пределами интегрирования а и b . Используя формулу выше проведенного подставим все что не обходимо:

$$\mathbf{S} = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx$$

$S = \int_{-1}^{2} (4 - \chi^2 - x^2 + 2x)\, dx =$ $\int_{-1}^{2} (4x - 2x^2 + 2x)\, dx =$

$$\left(4x - \frac{2x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right)\Big/_{-1}{}^{2} \;= 8 - \frac{16}{3} + 4 + 4 - \frac{2}{3} - 1 = 6$$

Ответ равен 6 ,значит площадь криволинейной функции найдена при помощи интеграла

Давайте сделаем заключительный вывод про этот метод определения площади .

Этот способ нахождения объединяет математическую строгость с эстетическим аспектом ,подчеркивая красоту и точность в вычислении площадей сложных геометрических фигур и не только для вычисления площадей но и объемов длин дуг кривых и других физических и геометрических величин