

ANIQ INTEGRAL

Abbosxonova Umidaxon

Andijon Davlat Universiteti Matematika-mexanika fakulteti

matematika yo'nalishi 4M3 guruh talabasi

Annotatsiya: Aniq integral matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, u funksiyaning chegaralangan oraliqdagi maydonini aniqlash uchun qo'llaniladi. Ushbu maqolada aniq integral tushunchasi, uning geometrik va fizik talqini, asosiy xususiyatlari hamda hisoblash usullari yoritiladi. Shuningdek, aniq integralning fundamental teoremasi va uning qo'llanilishiga alohida e'tibor qaratilgan. Matematik modellashtirish, fizik jarayonlarni tahlil qilish, muhandislik hisob-kitoblari va iqtisodiy tahlil kabi turli sohalarda aniq integralning amaliy ahamiyati ochib beriladi. Ushbu maqola integral tushunchasini chuqurroq anglashga va uni qo'llash ko'nikmalarini rivojlantirishga qaratilgan.

Kalit so'zlar: aniq integral, integral hisoblash, fundamental teorema, funksiyaning maydoni, matematik tahlil, qo'llanilish.

Kirish Aniq integral matematik analizning poydevor tushunchalaridan biri hisoblanib, funksiyaning chegaralangan oraliqdagi qiymatlarining yig'indisi sifatida talqin qilinadi. Geometrik jihatdan, aniq integral yassi soha ostidagi maydonni aniqlash vositasi sifatida qaraladi. Ushbu tushuncha qadimgi matematiklar tomonidan rivojlantirilgan bo'lib, Nyuton va Leybnitsning ishlari orqali o'zining zamonaviy matematik asoslariga ega bo'lgan. Aniq integral funksiyalar va ularning o'zgarishini tahlil qilishda kuchli vosita bo'lib, uning fizik talqini ham keng qo'llaniladi. Masalan, tezlikdan yo'lni hisoblash, energiyani tahlil qilish yoki moddiy zarralarning o'zaro ta'sirini o'rganishda aniq integralning o'rni muhimdir. Aniq integralning fundamental teoremasi esa differensial va integral hisoblash o'rtasidagi bog'liqlikni aniqlab beradi va matematik tadqiqotlarni osonlashtiradi. Ushbu maqola aniq integral tushunchasi, uning asosiy xususiyatlari va hisoblash usullariga bag'ishlanadi. Shuningdek, turli amaliy

masalalarni yechishda aniq integralning qo'llanilish usullari haqida ham so'z yuritiladi. Matematik modellashtirish va real hayotdagi masalalarni tahlil qilishda aniq integralning qanday ishlatilishini yoritish ushbu maqolaning asosiy maqsadidir.

Asosiy qism Aniq integral tushunchasi matematik analizning rivojlanish jarayonida muhim bosqichlardan biri hisoblanadi. Uning ildizlari qadimgi yunon matematikasi davriga borib taqaladi. Arximed funksiyaning ostidagi soha maydonini topish uchun limit tushunchasiga yaqin yondashuvlarni qo'llagan. Ushbu usullar bilan bir qatorda, u egri chiziq ostidagi maydonni parchalash orqali aniqlagan. Nyuton va Leybnits XVII asrda integral hisoblashni rivojlantirdilar va aniq integralni differensial hisoblash bilan bog'lab, hozirgi zamonaviy matematik analizning asosini yaratdilar. Ular aniq integralni limit asosida ifodalab, uning fundamental xossalarini aniqladilar va matematik jarayonlarni soddalashtirish uchun foydalanish usullarini ishlab chiqdilar.

$[a, b]$ kesmada $y = f(x)$ uzluksiz funksiya berilgan bo'lsin. Quyidagi amallarni bajaramiz:

1. $[a, b]$ kesmani qo'yidagi nuqtalar bilan ixtiyoriy n ta qismga bo'lamiz, va ularni qismaniy intervallar deb ataymiz: $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 \dots < x_n = b$

2. Qismaniy intervallarning uzunliklarini bunday belgilaymiz:

$$\Delta x_1 = x_1 - a; \Delta x_2 = x_2 - x_1 \dots \Delta x_i = x_i - x_{i-1} \dots \Delta x_n = b - x_{n-1}$$

σ_n yig'indi $f(x)$ funksiya uchun $[a, b]$ kesmada tuzilgan integral yig'indi deb ataladi. σ_n integral yig'indi qisqacha bunday yoziladi:

$$\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x$$

Ushbu ta'rifni beramiz:

Ta'rif. Agar σ_n integral yig'indi $[a, b]$ kesmani qismaniy $[x_i, x_{i-1}]$ kesmalarga ajratish usuliga va ularning har biridan c_i nuqtani tanlash usuliga bog'liq bo'lmaydigan chekli songa intilsa, u holda shu son $[a, b]$ kesmada $f(x)$ funksiya olingan aniq integral deyiladi va bunday belgilanadi: $\int_a^b f(x) dx$. Bu yerda $f(x)$ integral ostidagi funksiya. $[a, b]$ kesma integrallash oralig'i, a va b sonlar

integrallashning qo'yi va yuqori chegarasi deyiladi. Teorema. Agar $u=f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, u integrallanuvchidir, ya'ni bunday funksiyaning aniq integrali mavjuddir.4 Agar yuqoridan $y=f(x)\geq 0$ funksiyaning grafigi, qo'yidan OX o'qi, yon tomonlaridan esa $x=a$, $x=b$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan sohani egri chiziqli trapetsiya deb atasak, u holda

$$\int_a^b f(x)dx$$

Aniq integralning geometrik ma'nosi ravshan bo'lib qoladi: $f(x)\geq 0$ bo'lganda u shu egri chiziqli trapetsiyaning yuziga son jihatdan teng bo'ladi.

Endi aniq integralni bir nechta xossalarini ko'rsak:

1-xossa: Aniq integralning qiymati funksiyaning ko'rinishiga va integrallash chegarasiga bog'liq.

$$\text{Masalan: } \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(x)dz$$

2-xossa: Aniq integralning chegaralari almashtirilsa, integralning ishorasi o'zgaradi.

$$\text{Masalan: } \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

3-xossa: Agar aniq integralning chegaralari teng bo'lsa, har qanday funksiya uchun ushbu tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\text{Masalan: } \int_a^a f(x)dx$$

Xulosa Aniq integral matematik analiz va uning amaliy jihatlarini birlashtiruvchi asosiy tushunchalardan biri bo'lib, u matematik va fizik masalalarni chuqurroq anglashga yordam beradi. Funksiyaning aniq integralini hisoblash orqali geometriya, fizika, iqtisodiyot va boshqa ko'plab sohalarda murakkab jarayonlarni tahlil qilish mumkin. Masalan, energiya, massaning taqsimoti yoki suyuqlik oqimini o'rganishda aniq integralning ahamiyati beqiyosdir. Aniq integralning fundamental teoremasi differensial va integral hisoblash o'rtasidagi uzviy bog'liqlikni ta'minlaydi, bu esa matematik tadqiqotlarni osonlashtiradi. Ushbu teorema orqali funksiyalarni tahlil qilishda differensiallash va integrallashning

birgalikda ishlashi asosida ko‘plab muammolarni yechish imkoniyati yaratiladi. Bu jarayon matematik modellashtirishda mustahkam poydevor vazifasini bajaradi. Amaliy jihatdan, aniq integral texnika, muhandislik va tabiat fanlari sohalarida murakkab masalalarni yechishda keng qo‘llaniladi. Masalan, mexanikada jismning bajarilgan ishini hisoblash, iqtisodiyotda daromad va xarajatlarni tahlil qilish yoki ekologiyada resurslarni optimallashtirishda aniq integralning qo‘llanilishi keng tarqalgan. Shu sababli, aniq integral matematik tushunchalar ichida eng muhim o‘rinlardan birini egallaydi. Shuningdek, aniq integral yordamida murakkab funksiya ostidagi maydonni aniqlash imkoniyati mavjud bo‘lib, bu matematik tahlillarni soddalashtiradi va ularni yanada tushunarli qiladi. Ushbu maqola aniq integralning nazariy asoslarini va amaliy jihatlarini yoritib, uning turli sohalardagi ahamiyatini ochib berdi. Natijada, bu tushuncha matematik bilimlarni boyitish va real hayotdagi masalalarni yechishda samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M, Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. Akademik litseylar uchun darslik. Tuzatilgan 2-nashri.-T.:”O‘qituvchi”, 2003.-416 b.
2. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M.,Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism Akademik litseylar uchun sinov darsligi.-T.:”O‘qituvchi”, 2002.-368 b.
3. Abduxamedov A. Nasimov X., Nosirov U.,Xusanov J. Algebra va analizdan masalalar to‘plami. 1-qism. Akademik litseylar va kasb-xunar kollejlari uchun o‘quv qo‘llanma.-T.:”SHarq”, 2003.-152 b.
4. Shukurilov M. *Elementar matematika* — Toshkent: "Matematika", 2005. — 330 b.
5. Ismailov R. *Matematik analizga kirish* — Toshkent: "Sharq", 2013. — 278 b.
6. Yuldashev R. *Elementar matematika: nazariy va amaliy jihatlar* — Toshkent: "Fan", 2015. — 415 b
7. Axlimirzayev A. *Maktabda matematik analiz elementlari (o‘quv qo‘llanma)* T.:”SHarq”, 2003.-152 b.