

ENG SODDA TRIGONAMETRIK TENGSIZLIKLAR

G'iyos Jo'rayev Vohidjon o'g'li

Qarshi tuman 1-son kasb hunar maktabi

Matematika

ANNOTATSIYA Ushbu maqolada oliy va o'rta maxsus ta'lim o'quvchi va talabalari uchun trigonometrik tenglamalarni yechishga doir misollarni ko'rib o'tamiz.

Kalit so'zi: tenglama, eng sodda trigonometrik tenglamalar.

KIRISH

Zamonaviy matematikaning rivojlangani sari umumiy o'rta ta'lim matematikasining ham rivojlanib hamda bir muncha qiyinlashib borayotgani hech kimga sir emas, bu ko'rsatkich oliy ta'lim muassasalari boshlang'ich kurs talabalarida ham davom etish holatlari kuzatilmoqda.

Shu o'rinda aytish mumkinki boshlang'ich sinf matematikasiga bir qator yangi mavzularning kiritilishi, yuqori sinflarning 6-7 sinf darsliklariga mantiq amallarining elementlari, kombinatorika elementlari va ehtimollar nazariyasi asoslarining bir nechta misol masalalari shular jumlasidandir. Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda ushbu maqolada trigonometrik tenglamalar mavzusi va sodda trigonometrik ayniyatlar yoritib berilgan.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA TADQIQOT METODIKASI

1. Trigonometrik tenglamalar. Ta'rif: Noma'lum x trigonometrik funksiyalar belgisi ostida qatnashgan tenglamalar trigonometrik tenglamalar deyiladi.

2. Odatda berilgan trigonometrik tenglamani teng kuchli tenglama bilan almashtirish natijasida sodda trigonometrik tenglamaga keltiriladi. Bu tenglamani yechib berilgan trigonometrik tenglamaning yechimlari topiladi.

Trigonometrik tenglamalarni ularga teng kuchli tenglamalar bilan bilan almashtirishda trigonometrik funksiyalar orasidagi bog'lanishlardan foydalaniladi. Eng soda trigonometrik tenglamalar. $\sin x = a$ tenglama. Ma'lumki, $-1 \leq \sin x \leq 1$, shuning

uchun $\sin x = a$ tenglama $a > 1$ bo'lganida yechimga ega emas. $-1 \leq a \leq 1$ oraliqda tenglamaning yechimini toish uchun quyidagi ta'rifni kiritamiz. Ta'rif: $a \in [-1; 1]$ sonning arksinusi deb sinusi a ga teng bo'lgan. Ta'rif: $a \in [-1; 1]$ sonning kosinusi deb kosinusi a ga teng bo'lgan $x \in [0; \pi]$ songa aytiladi; agar $\cos x = a$ va $x \in [0; \pi]$ bo'lsa, $\arccos a = x$. Ta'rifga ko'ra, $[0; \pi]$ oraliqda $\cos x = a$ tenglama bitta $x = \arccos a$ ildizga ega. $y = \cos x$ funksiya juft bo'lganligi uchun $[0; \pi]$ oraliqda ham bitta $x = -\arccos a$ yechimga ega. funksiyaning davri 2π . U holda $\cos x = a$ tenglamani yechish uchun ushbu formulani hosil qilamiz. $x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\cos x = a$ tenglama yechilishini birlik doirada tushuntiramiz. $\cos x$ funksiyaning ta'rifiga ko'ra uning qiymati birlik doiradagi Ax nuqtaning absissasi bo'ladi. $a < 1$ bo'lganda bunday nuqtalar 2 ta, ya'ni $1 \geq x \in Ax \geq a$ va $a = 1$ va $a = -1$ bo'lganda bunday nuqta bitta.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Hozirgi sinus va kosinus atamaları IV-V asrlardagi hind astronomlarining asarlarida uchraydi. Vatar so'zini sinus bilan almashtirib, avval "ardxajiva", yarim vatarni ("jiva"-vatar, kamon ipi), keyichalik – "jiva" bolgan. Bu atamalarni arabcha buzulgan talaffuzda "jayb" deb atashgan. Jayb" arabcha so'z bo'lib, o'zbek tilida cho'qir, cho'ntak, degan manoni bildiradi. "Jayb" so'zi XII asrda lotin tiliga "sinus" tarzda tarjima qilingan. Kosinusni hindlar "kotijiva" ya'ni sinusning qoldig'I (aylananing choragiga) deb atashgan. XV asrda Regimontan va boshqa matematiklar "kosinus yoyi(X)" ni lotincha sinus komplementi, ya'ni sinusni to'ldiruvchi deyishgan.

Bunda ular $\sin(90^\circ - x)$ ni nazarda tutishgan. Yuqorida keltirgan atamalarning o'rnini almashtirib, qisqartirilgan holda (co-sinus) shaklida "kosinus" atamasini birinchi marta 1620-yil Ingliz astronomi E.Gunter ishlatkan. E.Gunter hisoblash chizig'ini ixtiro qilgan. IX-X asrlarda SHarq olimlari al-Habash, al-Battoniy, Abul Vafo, Xorazmiy yangi Trigonometrik kattaliklar, tangens va kotangens, sekans va kosekanslarni kiritishgan. Al-Battoniy to'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchagining bir katetining ikkinchi katetiga nisbati orqali aniqlash mumkunligini isbotlagan. Trigonometrik funksiyalardan tangens va sekansning nomlanishi nemis Matematigi T.Fink tomonidan 1583-yilda kiritilgan. Lotincha "tangens" so'zi o'zbekcha urunma (urunma, kesma,)

“secans”-kesuvchi (kesuvchi kesma) ma’nolarini bildiradi. Kotangens” va “kosekans atamaları XVII asrning birinchi yarmida “kosinus” atamasi kabi fanga kiritilgan. Trigonometriyaning rivojiga N.Kopernik, F.Viat, I.Kepler va boshqa olimlarning qo’shgan hissasi kattadir. Trigonometriyada belgilarini qo’llash XVII asrning Ikkinchi yarmidan boshlangan. Ingiliz matamatigi R.Norvut (1590-1675) o’zining “Trigonometriya yoki uchburchaklar ilmi” kitobida quyidagi belgilarni qo’llagan : s- sinus, t- tangens , sec- sekans, cs yoki sc- kosinus, ct yoki tc – kotangens. “Trigonometriya yoki uchburchaklar ilmi” kitobida quyidagi belgilarni qo’llagan: s- sinus,t-tangenas, sec-sekans, cs yoki sc-kosinus, ct yoki tc- kotangens. J.Vallis 1684-yilda nashr etilgan asarlaridan birida ushbu belgilashni kiritgan : S ---- sinus, Σ ---- kosinus, T—tangens, kotangens. Hozirgi kundagi yozuvda $\sin \alpha = \sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha}$ Munosabatini J.Vallis quyidagicha yozgan: $S=V:R^2-\Sigma^2$. L.Eyler trigonometric formullalarni kiritish bilan, bir xil belgilashlarni joriy qildi. Sinx,Cosx,tgx kiabi yozuvlar uchburchak tomonlarini a,b,s va ularning qarshisidagi burchaklarning A,B,C harflar bilan belgilashni birinchi bo’lib kiritdi. O’zidan oldingi olimlardan farqli ravishda Eyler formulalardan Rbutun sinusning R=1 ni qabul qildi shu bilan biraga yozuv va hisoblashlarni osonlashtirdi. Trigonometrik funksiyalarning har bir chorakdagi ishoralarni aniqladi, keltirish formullalarini joriy qildi, funksiyalarning aniqlash sohalarni tatbiq qildi. U 1748-yilda yozilgan “cheksiz analizga kirish” asarida sainus kosinus va albatta aylanaga bog’liq bo’lgan trigonometrik chiziq sifati emas, balki sonli kattalikdagi to’g’ri burchakli uchburchak tomonlarining munosabatlari sifatida o’rganadi. Trigonometrik funksiyalarining argumentlari nafaqat burchak yoki yoy, balki ihtiyoriy kattalikdagi son ekanligini Eyler birinchi bo’lib analitik yo’l bilan sistemali bayon qildi. Ungacha harbir trigonometrik teoremani mos ravishdagi geometric chizma yordamida isbotlashgan. Eyler esa kata bo’lmagan sonlardagi munosabatlar orqali teoremlarni isabotladi. Unga qadar trigopnometrik funksiyhalarni yoydan kata bolgan holrr kam o’rganilgan. Faqatgina uning ilmiy asarlarida trigonometrik funksiyalarning ihtiyoriy argumentlari holatlari to’liq o’rganilgan Trigonometriya matematika kursining muxim bo’limlaridan biri bo’lib, u trigonometrik funksiyalar va ularning xossalari, trigonometrik funksiyalar qatnashgan tenglamalar va

tengsizliklarni yechishni o'rganadi. Trigonometrik funksiyalar tabiatshunoslikda uchradigan turli davriy jarayonlarni tavsiflash uchun ishlatiladi. Davriy ravishda takrorlanib turuvchi jarayonlarga insonlar har qadamda duch keladilar. Bularga misol sifatida astronomik hodisalarni keltirish mumkin. Masalan, quyoshning chiqishi va botishi, yil vaqtlarini takrorlanishi, osmondagi yulduzlarning holati, planeta harakati va hokazo. Yurakning urishi, inson organizmining hayot faoliyati, g'ildirakning aylanishi, gripp epidemiyasining tarqalishi va hokazo jarayonlardagi umumiylik ularning davriyligidir. Bu davriy jarayonlar esa trigonometrik funksiyalar bilan ifodalanadi. Hozirgi vaqtda trigonometrik funksiyalar yordamida yechiladigan masalalar qadim zamonlarda paydo bo'lgan. Qadimdan bunday masalalarni yecha bilishga jiddiy talablarni astronomiya qo'ygan. Astronomlarni sferada yotgan katta doiralarning yoylaridan tuzilgan sferik uchburchaklarning tomonlari bilan burchaklari orasidagi munosabatlar qiziqtirgan. Ular tekkis uchburchaklarni "yechish"ga doir masalalarga qaraganda murakkabroq masalalarni yechishni yaxshigina uddalaganlar. Bizning trigonometrik jadvallarimiz o'rnida qadimgi matematiklar berilgan uzunliklardagi yoylarni tortib turuvchi vatarlar jadvalini tuzishgan. Eramizdan avvalgi III – II asrlarda grek matematiklari tomonidan tuzilgan bunday qadimiy jadvallar bizgacha yetib kelmagan. Vatar uzunliklari haqidagi bizgacha saqlanib qolgan eng qadimiy jadval Aleksandriyalik astronom Ptolemey (eramizning II asri) tomonidan tuzilgan. Bu jadvallarda aylana vatarlarining uzunliklari 300 dan oralatib berilgan. $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ va $\operatorname{ctg} x$ trigonometrik funksiyalar aylanada o'tkazilgan kesmalar uzunliklarining nisbatlari sifatida V – X asr hind va arab matematiklarida uchraydi. G'arbiy Yevropada trigonometriya va teskari trigonometrik funksiyalarga oid nazariyalar XV – XVI asrlarda rivojlandi. Bunda bir qator natijalar fransuz matematigi F.Vietga (1540-1603) tegishlidir. Differensial hisob paydo bo'lishi bilan trigonometrik funksiyalarning hosilalari uchun formulalar topildi. Bu formulalar I.Nyutonga ma'lum edi. Bu formulalarning geometrik usul bilan chiqarilishini Kotesning (1682 - 1716) ishlaridan topish mumkin. Argument dan gacha o'zgarganda trigonometrik funksiyalarning qanday o'zgarishi haqidagi ochiq tasavvurlar D.Vallis (1616 - 1703) ning asarlarida uchraydi. Ammo, umuman aytganda, L.Eyler (1707 - 1783) gacha bo'lgan matematiklar bu

xususida uncha katta izchillik ko'rsatmadilar va ba'zi masalalarga bog'liq ravishda trigonometrik funksiyalarning aniqlanish sohalarini turli usullar bilan cheklab qo'ydilar. Son argumentning sonli funksiyalari yoki kesma uzunliklarining burchak kattaligiga yoki yoy uzunligiga bog'liqligi deyilganda nima nazarda tutilishi ochiq emas edi. Trigonometrik funksiyalar nazariyasi hozirgi ko'rinishi L.Eyler asarlari, jumladan uning "Cheksiz kichiklar analiziga kirish" 1748 yildagi kitobidan olindi. Umuman olganda, matematikaning, xususan trigonometriyaning rivojida nafaqat chet el olimlari, balki o'zimizning buyuk allomalarimiz ham o'zlarini hissalarini qo'shganlar. Bulardan Muhammad al-Xorazmiy, Ahmad alFarg'oniy, Abu Rayhon Beruniy, Mirzo Ulug'bek, Ali Qushchi, G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy kabilarni keltirishimiz mumkin.

XULOSA

Matematika bilan bog'liq ko'plab fanlar uchun trigonometriyani rivojlanishi turtki bo'lgan. Qadimgi Bobil olimlari izlanishlari bilan bog'liq bo'lgan burchaklarni (darajalarni) o'lchash birliklarining kelib chiqishi zamonaviy o'nliklarni keltirib chiqargan olti kasrli hisoblash tizimiga asoslangan bo'lib, ko'plab amaliy fanlarda qo'llaniladi. Dastlab trigonometriya astronomiyaning bir qismi sifatida mavjud bo'lgan deb tahmin qilinadi. Keyin u arxitekturada ishlatila boshlandi. Vaqt o'tishi bilan ushbu fanni inson faoliyatining turli sohalarida qo'llash maqsadga muvofiqligi sezildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. M.A.Mirzaahmedov, Sh.N.Ismailov, A.Q.Amanov. Matematika 10 (Algebra va analiz asoslari II qism). Toshkent-2017.
2. T.Jo'rayev, A.Sa'dullayev, G.Xudoyberganov, H.Mansurov, A.Vorisov. Oliy matematika asoslari. I qism. Toshkent-"O'zbekiston"-1995.
3. Murtozaqulov Z. M., Solayeva M. N. darslikdagi differensial tenglamalarni yechishdagi yetishmayotgan metodlar va ma'lumotlar //Academic research in educational sciences. – 2021. – T. 2. – №. CSPI conference 3. – C. 462-467.
4. MURTOZAQULOV Z. M., ABDUJABBOROV S. H. F. Tenglamalar sistemasini yechishda qulay bo'lgan metod va ko'rsatmalar //ЭКОНОМИКА. – C. 898-904.
5. Zafar Madat o'g'li Murtozaqulov. KOMBINATORIKAGA DOIR MASALALARINI YECHISHDA FORMULALARNI TO'G'RI QO'LLASH. Uzbek Scholar Journal. Volume- 09, Oct., 2022 (272-277).