TENGLAMA VA TENGSIZLIK

Mo'minova O'g'iloy Mirzaolimovna

Andijon viloyat Andijon tumani MMBTga qarashli 33-umumiy o'rta ta'lim maktabining matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Maqolamning mazmuni shundan iboratki, tenglamalar, tenglamalarning ilk yechimlari, ikki oʻzgaruvchili tenglama, sodda kvadrat tenglama, kvadrat tenglamalar, tengsizliklar, sonli tengsizliklar haqida bayon etilgan.

Kalit so'zlar: Tenglama, „Witte Chaqmoqtoshi", sodda kvadrat tenglama, sodda kub tenglama, tenglamani yechish, tarozi, funksiya argumenti, tenglik, tengsizlik, proporsiya.

Tenglama — ikki yoki undan oshiq ifodalarning oʻzaro bogʻlanganini koʻrsatuvchi matematik tenglik. Tenglamalardan matematikaning barcha nazariy va amaliy sohalarida hamda fizika, biologiya va boshqa ijtimoiy fanlarda foydalaniladi. Tenglik belgisining birinchi marta ishlatilgani (14x+15=71).

Robert Recordening „Witte Chaqmoqtoshi" („The Whetstone of Witte") kitobidan (1557). Tenglamada bir yoki undan koʻp noma'lum qiymat boʻladi va ular oʻzgaruvchilar yoki noma'lumlar deb ataladi. Noma'lumlar odatda harflar yoki boshqa belgilar bilan ifodalanadi. Tenglamalar ulardagi oʻzgaruvchilar soniga qarab nomlanadi. Masalan, bir oʻzgaruvchili tenglama, ikki oʻzgaruvchili tenglama va hokazo. Tenglamada ifodalar odatda tenglik belgisining (=) ikki tomoniga yoziladi. Masalan, x + 3 = 5 tenglamasi x+3 ifodasi 5 ga teng ekanligini ta'kidlaydi. Tenglik belgisini (=) uelslik matematik Robert Recorde oʻylab topgan. U ikki bir xil uzunlikdagi parallel toʻgʻri chiziqlardan tengroq narsa boʻlmaydi deb hisoblagan.

Tenglamalarning ilk yechimlari eramizdan 2000-yilcha oldin yozilgan Rhind papirusida yozilgan. Berilgan masalalar arifmetik masalalar boʻlgan. Masalan, massa va uning 1/7 ning yigʻindisi 19 ga teng" kabi masalalar uchun tenglamalar yozilgan. Bunday masala uchun noma'lumni x deb belgilab, x+1/7x kabi sodda tenglama yozilgan. Arifmetik masalalardan keyin ikki noma'lum qiymatli tenglamalar yuzaga kelgan.

Yunonlar qo‘shaloq chiziqli tenglamalarni bilishgan. Arximedning „chorva masalasi“ kabi sistemalarda berilgan noaniq tenglamalar Diofant bir necha shunaqa tenglamani ishlab ko‘rsatib bermagunicha jiddiy o‘rganilmagan.

Kvadrat tenglamalar yunonlar proporsiyalarni o‘rganayotganida yuzaga kelgan. Ular kvadrat tenglamalarni geometrik usulda yechishgan. Ammo bu geometrik usulning hozirgi umumlashtirilgan algebraik geometriyaga aloqasi yo‘q. Algebraik geometriyada grafiklar bilan tenglamalarni yoki aksincha, tenglamalarni grafiklar bilan ifodalash mumkin. Sodda kvadrat tenglama ikki a va b chiziqlari orasidagi o‘rtacha proporsional x ni aniqlashda yoki berilgan to‘rtburchakka teng kvadratni topishda kelib chiqqan. Ishlatilgan proporsiya $a:x = x:b$ ko‘rinishida bo‘lgan. Bu ifoda bo‘lsa $x^2 = ab$ ga tengdir. x^2+ax-a^2 ko‘rinishidagi umumiyroq tenglama berilgan biron-bir chiziq medianasini topish kerak bo‘lgan masalaning algebraik ekvivalentidir. Diofantga kvadrat tenglamaning algebraik yechimi ma’lum bo‘lgan deb aytiladi. Ammo u faqat bitta ildizni payqagan.

Sodda kub tenglama biri ikkinchisidan ikki marta uzun bo‘lgan ikki chiziq o‘rtasida x va y o‘rtacha proporsionallarni topish kerak bo‘lgan masalada berilgan. Buni $a:x=x:y=y:2a$ ko‘rinishida ifodalash mumkin. Bu ifodadan $x^2 = ay$ va $xy = 2a^2$ kelib chiqadi. y ni yo‘q qilsak $x^3 = 2a^3$ sodda kub tenglama hosil bo‘ladi. Yunonlar bu tenglamani yecha olishmagan. Bu tenglama yana kubning dublikatini yasashda va burchakni chizg‘ich yoki sirkul bilan teng uchga bo‘lishda ham yuzga kelgan. Burchak bo‘lish uchun sissoida, konxoida va kvadratrisa kabi mexanik egri chiziqlardan foydalanishgan. Bunday yechimlarni arablar takomillashtirgan. Ular kub va bikvadrat tenglamalarni konus kesimlari bilan yechishgan. Diofant boshlagan va hindlar takomillashtirgan tenglamalarning taxminiy ildizlarini algebraik yo‘llarda yechish usullarini arablar yanada oldinga surishgan. Kub va bikvadrat tenglamalarning algebraik yechimlari 16-asrda S. Ferro, N. Tartaglia, H. Cardan va L. Ferrari tomonidan ishlab chiqilgan.

Beshinchi darajali tenglamalarni yechishga ko‘p urinilgan. P. Ruffini va N. H. Abel buning iloji yo‘qligini isbotlashgan. C. Hermite va L. Kronecker elliptik funksiyalardan iborat yechimini ko‘rsatgan. F. Klein ham bu tenglamalarni yechishning yana bir boshqa yo‘lini taklif qilgan.

Tenglamalarga geometrik yondashishda yunonlar va arablar ba’zi bir egri chiziqlar va figuralarning xossalaridan kelib chiqib xulosalar qilishgan. Proporsiyalardan foydalanib xususiy hollar uchun yechim topilgan, ammo umumiy hol uchun qoniqarli javob bo‘lmagan. Bu muammoni 17-asrda René Descartes bartaraf qilgan. U tenglamalarning grafik yechimlarini tushuntiruvchi umumiy teoremani ishlab chiqqan. Xususan, Descartes konik kesimlar ishlatilgan hollarni ko‘rsatib bergan. Bundan tashqari, Descartes har bir tenglama geometrik nuqtalar joylashishiga egaligini va har bir geometrik nuqtalar joylashishi tenglamaga egaligini ko‘rsatgan. Ikki x va y noma’lumli tenglamalarni ifodalash uchun Descartes bir-birga perpendikulyar ikki o‘qni olgan. x ni gorizontal o‘q bo‘ylab va y ni vertikal o‘q bo‘ylab o‘lchagan. Keyin u chiziqli tenglama to‘g‘ri chiziqni ifodalashini va kvadrat tenglama konik chiziqni ifodalashini ko‘rsatib bergan.

Tenglama ko‘pincha taroziga taqqoslanadi. Yana muvozanat, innana yoki boshqa shunga o‘xshash jismlar ham tenglamaga o‘xshatiladi. Muvozanatning har ikki tomoni tenglamaning ikki tomoniga to‘g‘ri keladi. Ikki tomonda turli qiymatlar qo‘yilishi mumkin. Agar shu jismlar teng bo‘lsa muvozanat tenglamaga mos keladi. Agar jismlar teng bo‘lmasa unda bu hol tengsizlikka o'xshatiladi. O‘ngdagi tasvirda x, y va z har xil qiymatlar bo'lib (bu yerda ular haqiqiy sonlardir), bu qiymatlar aylana shaklidagi og‘irliklar qilib tasvirlangan. Qo‘shish amali vazn qo‘shishga, ayirish bo‘lsa tarozi pallalaridan yuk olishga mos tushadi. Ikki tomondagi umumiy vazn bir xildir.

Tenglamani yechish — bu uning barcha ildizlarini topish yoki ularning yo‘qligini (mavjud emasligini) isbot qilishdir. Ba’zan ildizlarga qo‘shimcha cheklashlar qo‘yiladi. Masalan, tenglama ildizlar faqat butun sonlar bo‘lishi talab qilinishi mumkin.

Funksiya argumenti (ba’zan „o‘zgaruvchi“ deb ataladi) tenglamalarda noma’lum miqdor deb ataladi.

O‘zgaruvchili

$f(x)=g(x)$

tenglik bir x o‘zgaruvchili tenglama deb ataladi. O‘zgaruvchining f(x) va g(x) ifodalar bir xil son qiymatlar qabul qiladigan har qanday qiymati tenglamaning ildizi yoki yechimi deyiladi. Bir xil ildizlarga ega tenglamalar teng kuchli tenglamalar deyiladi. Ildizga ega bo‘lmagan har bir tenglama ham teng kuchli hisoblanadi. Tenglamani yechish jarayonida uni soddaroq, lekin berilgan tenglamaga teng kuchli bo‘lgan tenglama bilan almashtirishga harakat qilinadi. Shuning uchun har qanday shakl almashtirishlarda berilgan tenglama unga teng kuchli tenglamaga o‘tishini bilish muhimdir.

Tengsizlik — sonlar yoki miqdorlar orasidagi munosabat sonlardan qaysi biri boshqasidan kattaligi yoki kichikligini ko‘rsatadi. Tengsizlikda ">" va "<" ishoralari qo‘llanilib, ularning uchi kichik son yozilgan tomonga qaratiladi. Matematika va uning tatbiklarida o‘zgaruvchi miqdorlarning barcha qiymatlarida to‘g‘ri bo‘lgan tengsizliklar ham muhim ahamiyatga ega.

Sonli tengsizliklar va ularning xossalari. Ta’rif: Agar a b – ayirma musbat son bo‘lsa, a soni b sonidan katta deyiladi va bu munosabat a b > shaklida yoziladi. Agar a b – ayirma manfiy bo‘lsa, a soni b sonidan kichik deyiladi va a b < shaklida yoziladi.

Istalgan a va b sonlar uchun quyidagi uchta munosabatdan faqat bittasi o‘rinli:

1. $a\ b\ a\ b - > \Leftrightarrow > 0$;
2. $a\ b\ a\ b - < \Leftrightarrow < 0$;
3. $a\ b\ a\ b - = \Leftrightarrow = 0$.

Sonli tengsizliklar quyidagi xossalarga ega:

1. Agar a b > va b c > bo‘lsa, a c > bo‘ladi (tengsizlik munosabatini tranzitivlik xossasi).
2. Agar a b > va c R $\in$ bo‘lsa, a c b c + > + bo‘ladi.
3. Agar a b > va c > 0 bo‘lsa, a c b c $\cdot$ > $\cdot$ bo‘ladi.
4. Agar a b > va c < 0 bo‘lsa, a c b c $\cdot$ < $\cdot$ bo‘ladi.
5. Agar a b > va c d > bo‘lsa, a c b d + > + bo‘ladi.
6. Agar a b > > 0 va c d > > 0 bo‘lsa, a c b d $\cdot$ > $\cdot$ bo‘ladi.
7. Agar a b > > 0 va n N $\in$ bo‘lsa, n n a b > bo‘ladi (n – toq son bo‘lganda b > 0 shart ortiqcha).

Istalgan sonning kvadrati nomanfiy son bo‘lgani uchun ( ) 2 a b – $\geq$ 0 va () 2 a c – $\geq$ 0 . Demak, ( ) 2 2 2 2 2 ( ) a b c a b c + + – + istalgan a b, va c sonlari uchun manfiy emas. Shuning uchun berilgan tengsizlik istalgan a b, va c sonlari uchun o‘rinli. Jumladan, tenglik belgisi abc = = bo‘lgandagina bajariladi. Tengsizlikning to‘g‘riligini ko‘rsatish uchun uning har ikkala qismining ayirmasini musbat yoki manfiyligini aniqlash, ya’ni yuqoradagi misoldagidek bevosita ta’rifdan foydalanib isbotlashga harakat qilish ayrim hollarda qiyinchiliklarni tug‘diradi. Shuning uchun tengsizliklarni isbotlashda tengsizliklarning xossalaridan foydalanish tavsiya etiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati:

1. https://uz.wikipedia.org/wiki/Tenglama
2. https://uz.wikipedia.org/wiki/Tengsizlik
3. https://reja.tdpu.uz/shaxsiyreja/content/450/html/73082/Sonli%20tengsizliklar%20va%20ularning%20xossalari.pdf