

## TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

*Sirdaryo viloyati Xovos tumani 1-sonli matematika va fizika fanlariga  
ixtisoslashtirilgan davlat umumta'lim maktabining matematika fani o'qituvchisi*

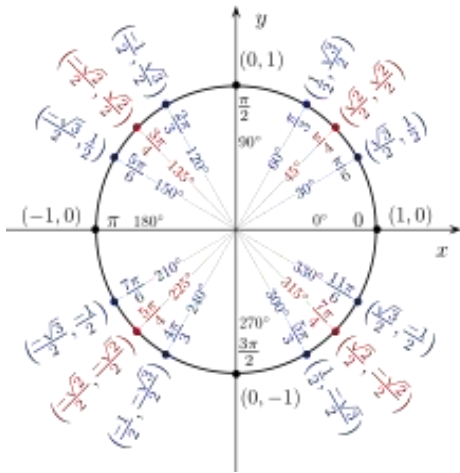
***Sariboyev Alisher Egamnazarovich***

***Annotatsiya:*** Ushbu maqolada trigonometrik funksiyalarning kelib chiqishi tarixi haqida, shuningdek trigonometrik funksiyalarning davri, aniqlanish sohasi, juft – toqligi, o'sish va kamayish oraliqlari, qiymatlar to'plami kabi muhim xossalari keltirib o'tilgan, grafiklari orqali batafsil tushuntirilgan. Trigonometriya bo'limini o'qitishdagi muammolar va trigonometrik funksiyalar mavzusini o'qitishda o'qituvchilar uchun metodik tavsiyalar berilgan.

***Kalit so'zlar:*** trigonometriya, funksiya, uchburchak, xossa, grafik, burchak, gradus, radian,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $\cot x$ , sonlar, to'plami, juft-toqligi, aniqlanish sohasi, o'sish va kamayishi, tenglama.

Trigonometriya (yunonchadan "trigon" - uchburchak, "metrezis" - o'lchash so'zlaridan olingan bo'lib, o'zbek tiliga "uchburchaklarni o'chash" deya tarjima qilinadi) - matematikaning asosiy bo'limlaridan biri hisoblanib, uchburchak tomonlari va burchaklari orasidagi bog'lanishlar, trigonometrik funksiyalarning xossalari va ular o'rtasidagi bog'lanishlarni o'rganadi. Trigonometriya kursida trigonometrik funksiyalarni o'rganish alohida ahamiyatga ega. Trigonometrik funksiyalar metodologik nuqtai nazardan o'qituvchi uchun ham, tushunish va o'zlashtirish nuqtai nazaridan o'quvchi uchun ham eng qiyin mavzulardan biri hisoblanadi. Trigonometriyada burchak gradus, radian qiymatda yoki son qiymatida topiladi. Bu tushunchalar bir-biriga o'zaro bog'liq bo'lib, biri orqali ikkinchisi yuzaga keladi. Aylananing umumiy o'lchovi 360 gradus ekanligini birinchi bo'lib, Shumer astronomlari tomonidan isbotlangan, shular qatorida Bobilliklar esa o'xshash uchburchaklarning tomonlari nisbatini o'rganadilar. Shunga o'xshash o'rganishlar yuzasidan uchburchakni aniqlash trigonometriyaga bog'liqligi kelib chiqadi. Trigonometriyaning kelib chiqishi astronomiya fani bilan uzviy bog'liq,

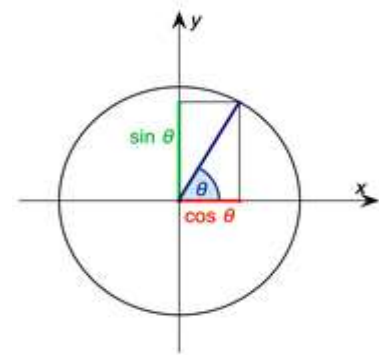
chunki aynan shu fan muommalarni hal qilish uchun qadimgi olimlar uchburchakdagi turli miqdorlarning nisbatini o'rganishni boshlagan. Bizga ma'lumki, trigonometrik



doiraning umumiy o'lchov birligi 360 gradusga teng. Bu gradus o'lchov birligini  $2\pi$  ko'rinishida ham yozish mumkin. Bu o'lchash jarayonlarini Shumer astronomlari tomonidan fanga kiritgan. Shu trigonometrik doiraning qiymati bo'lib, ular 4 ta choraklarga bo'linadi, har bir chorak esa, 90 gradusdan qilib bo'linadi. Shunday qilib, biror nuqtadan boshlanuvchi, ikki nurning orasi burchak deb ataladi. Shu burchaklarni o'lchashda  $\cos\alpha$ ,  $\sin\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,

$\operatorname{ctg}\alpha$ , kabi tushunchalar kiritiladi.

Trigonometrik funksiyalar radiusi 1 bo'lgan birlik aylana orqali ifodalanishi ham mumkin. Birlik aylana markazi A (0;0) nuqta bo'lsin va birlik aylanada B(x;y) nuqta olingan bo'lsin (ma'lumki  $AB = 1$ ). ABC to'g'ri burchakli uchburchakda (bunda AB - gipotenuza,)  $AC = \cos A$  va  $BC = \sin A$ . Demak,  $x = \cos A$  va  $y = \sin A$ .



Trigonometrik funksiyalar — funksiyalarning muhim sinflaridan biri. Trigonometrik funksiyalar nazariyasining asosiy masalalaridan xisoblanadi. Trigonometrik funksiyalar nazariyasining ba'zi muhim natijalari: 1. O'lchovli va deyarli xamma yerda chekli  $f(x)$  funksiya uchun  $f(x)$  ga deyarli hamma yerda yaqinlashuvchi Trigonometrik funksiyalar [[mavjud. 2. Furiye qatori xamma yerda uzoqlashadigan integrallanuvchi funksiyalar [[mavjud. 3. Har bir o'lchovli  $f(x)$  funksiya uchun  $f(x)$  ga o'lchov bo'yicha yaqinlashuvchi Trigonometrik funksiyalar [[mavjud. Trigonometrik funksiyalar sonlar nazariyasi ("Trigonometrik yig'indilar usuli")da va matematik fizika tenglamalarida keng tatbiqlarga ega ("Furiye usuli"). Trigonometrik funksiyalar birinchi marta L. 5mler ishlarida uchraydi. Lebeg intefali kiritilgandan so'ng Trigonometrik funksiyalarlarning hozirgi qat'iy nazariyasi yaratildi.

Hindistonliklar ilk marta trigonometrik funksiyalar qiymatlari jadvalini kashf qilganlar. Shumer astronomlari aylanalarni 360 gradusga bo'lish orqali burchak

o'lchovini o'rganishdi. Ular va keyinchalik bobilliklar o'xshash uchburchaklar tomonlari nisbatlarini o'rgandilar va bu nisbatlarning ba'zi xususiyatlarini kashf etdilar, lekin buni uchburchaklarning tomonlari va burchaklarini topishning tizimli usuliga aylantirmadilar. Qadimgi nubiyaliklar ham xuddi shunday usuldan foydalanganlar. Miloddan avvalgi III asrda Yevklid va Arximed kabi yunon matematiklari akkordlar va aylanalarga chizilgan burchaklarning xossalarini o'rganib, zamonaviy trigonometrik formulalarga ekvivalent bo'lgan teoremlarni isbotladilar, garchi ular ushbu formulalarni algebraik jihatdan emas, balki geometrik jihatdan isbot qilgan bo'lsalar ham. Miloddan avvalgi 140-yilda Gipparx (Nikea, Kichik Osiyo) zamonaviy sinus qiymatlari jadvallariga o'xshash akkordlarning birinchi jadvallarini bergan va ulardan trigonometriya va sferik trigonometriya masalalarini yechishda foydalangan

Navigatsiya talablari va yirik geografik hududlarning aniq xaritalariga ortib borayotgan ehtiyoj tufayli trigonometriya matematikaning asosiy sohasiga aylandi. Trigonometriya so'zi ilk bor Bartholomeush Pitiushning 1595-yilda chop etilgan "Trigonometriya" asarida uchragan. Kompleks sonlarni trigonometriyaga to'liq kiritgan shved olimi Leonard Eyler edi. Shotland matematiklari Jeyms Gregori (XVII asr) va Kolin Maklaurin (XVIII asr) ning ishlari trigonometrik qatorlarning rivojlanishiga ta'sir ko'rsatdi. Yana, XVIII asrda Bruk Teylorning Teylor seriyalari yaralgan.

Katetlari  $BC = a$ ,  $AC = b$  va gipotenuzasi  $AB = c$  bo'lgan to'g'ri burchakli ABC uchburchak berilgan bo'lsa  $\sin(\angle C = 90^\circ)$

O'tkir burchak sinusi ( $\sin$ ) - o'tkir burchak qarshisidagi katetning gipotenuzaga nisbatiga teng:

$$\sin A = \frac{a}{c} \quad \sin B = \frac{b}{c}$$

O'tkir burchak kosinusi ( $\cos$ ) - o'tkir burchakka yopishgan katetning gipotenuzaga nisbatiga teng:

$$\cos A = \frac{b}{c} \quad \cos B = \frac{a}{c}$$

O'tkir burchak tangensi ( $\tan$ ) - o'tkir burchak qarshisidagi katetning unga yopishgan katetga nisbatiga teng:

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B} \quad \tan B = \frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A}$$

O'tkir burchak kotangensi ( $\cot$ ) - o'tkir burchakka yopishgan katetning uning qarshisidagi katetga nisbatiga teng:

$$\cot A = \frac{b}{a} = \frac{\cos A}{\cos B} \quad \cot B = \frac{a}{b} = \frac{\cos B}{\cos A}$$

Ushbu kursni o'tish davomida o'qituvchining o'zi trigonometrik funksiyalar, tenglamalar va tengsizliklarni yechish bo'yicha ko'nikma va malakalarini rivojlantirish usullarini yetarli darajada bilishi shart. Shubhasiz, faqat zamonaviy darsliklar mualliflari tomonidan taklif qilingan vositalar va usullardan foydalangan holda belgilangan maqsadga erishish deyarli mumkin emas. Bu o'quvchilarning individual xususiyatlari bilan bog'liq. Ularning trigonometriya bo'yicha asosiy bilimlari darajasiga qarab, turli darajadagi trigonometrik funksiyalar, tenglamalar va tengsizliklarni o'rganish uchun imkoniyatlar qatori quriladi. Trigonometrik funksiyalar va tenglamalarni yechish trigonometriya materialiga oid o'quvchilar bilimni tizimlashtirish uchun shart sharoit yaratibgina qolmay, balki o'rganilayotgan algebraik material bilan samarali bog'lanishni ham ta'minlaydi. Bu trigonometrik funksiyalar va tenglamalarni o'rganish bilan bog'liq bo'lgan materialning xususiyatlaridan biridir. O'qituvchi bu xususiyatlarni o'quvchilarini trigonometrik funksiyalar va tenglamalarni yechishga o'rgatish metodikasini ishlab chiqishda hisobga olishi kerak.

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

1. *Maxmudova D, Do'stmurodova G "Qiziqarli matematika va olimpiada masalalari" Chirchiq 2000 y*
2. *B.A. Shoimqulov, R.M. Madrahimov, N.B. Kamolov "Talabalarning matematikadan olimpiada masalalari" Toshkent – 2013.*
3. *Ismoilov U "Matematikadan olimpiada masalalari" Toshkent "Yangi avlod" JOURNAL OF NEW \_2024 179 nashriyoti 2007-y*
4. *Artur Engel Problem-Solving Strategies. 1998 Springer-Verlag New York*
5. *Лопициц А.М. Функциональные уравнения.-Квант,1970 г. №1-2,30-35 с.*
6. *Котельников П.М. О функциональных уравнениях, определяющих тригонометрические функции. Математика в школе 1951, №2, 1-12 с.*
7. *Ясинский В.А. Олимпиада математика, функциональные уравнения.Х.: Основа, 2005.*
8. *Андреев А.А. и др. Функциональные уравнения.-Самара: В мире науки,1999.*
9. *Paul Vaderlind. Functional Equations for The Beginners. Stockholm University, 2005.*
10. *Titu Andreescu, Iurie Borieico. Functional Equations. Electronic Edition, 2007.*