ANIQ INTEGRAL TUSHUNCHASI.

G`ofurjonova Mehribonu

Andijon Davlat Unversiteti Matematika va Mexanika

fakulteti matematika yo`nalishi 4-bosqich 4-guruh talabasi

Annotatsiy:Ushbu maqolada aniq integral tushunchalarini kiritamiz.Matem- -tikaning asosiy bo‘limlaridan biri bo‘lgan integral hisoblash fani zamonaviy texnologiyalar, fizika va iqtisodiyot sohalarida keng qo‘llaniladi. Aniq integralning tushunchasi matematik analizda katta ahamiyatga ega bo‘lib, uning nazariy va amaliy asoslarini chuqurroq o‘rganish foydalidir. Riman integrali barcha funksiyalar uchun mavjud bo‘lmaydi, ayniqsa, funksiya uzluksiz bo‘lmagan joylarda. Lebeg integrali ushbu cheklovni bartaraf etadi.Lebeg usuli grafigi ostidagi maydonni interval bo‘yicha emas, balki y koordinatalarini bo‘laklash orqali aniqlaydi. Lebeg integrali orqali qiyinroq funksiyalarni, masalan, uzlukli yoki o‘ta murakkab taqsimot funksiyalarini ham hisoblash mumkin. Ushbu maqolada aniq integral tushunchasi va uning qo‘llanilishi haqida qisqacha to‘xtalamiz.

**Kalit so`zlar:**integral,funksiya,limit,chegara,bo`laklash,uzluksiz.

Aniq integralni tushunish uchun avvalo uning qanday hosil bo‘lishini bilish muhimdir. Riman yig‘indilari bu jarayonning asosiy tamoyili hisoblanadi. Tasavvur qilaylik, funksiya $f(x)$ $[a, b]$ oraliqda uzluksiz bo‘lsa, bu oraliqni n ta kichik bo‘laklarga bo‘lib chiqamiz. Har bir bo‘lakning kengligi $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ ga teng bo‘ladi. Har bir bo‘lak ichida funksiya qiymatini tanlab, quyidagi yig‘indini hosil qilamiz:

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x$$

bu yerda x_i^* har bir bo‘lak ichidagi biror nuqta. Agar $n \to \infty$ bo‘lsa va

$\Delta x \to \infty$ bo‘lsa, bu yig‘indi chegaralangan qiymatga intiladi, ya’ni aniq integralga:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\,\Delta x$$

Ushbu jarayon funksiya grafigi ostidagi maydonni aniqlashning asosidir.

Aniq integralning turli ta’riflari

1. Geometrik nuqtayi nazar: Integral funksiya grafigi ostidagi chegaralangan yassi maydonni hisoblash sifatida qaraladi.

2. Fizik nuqtayi nazar: U ko‘pincha fizik hodisalarni modellashtirishda, masalan, biror hajm, ish yoki energiya miqdorini topishda ishlatiladi.

3. Statistik ta’rif: Ehtimollik zichlik funksiyalarida integral ma’lum bir oraliq uchun umumiy ehtimollikni aniqlashda qo‘llaniladi.

Riman integralining asosi:Aniq integralning asosiy modeli Riman integralidan kelib chiqadi. U quyidagicha aniqlanadi:

$[a, b]$ oralig‘i kichik intervallarga bo‘linadi:

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n \leq b$$

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x$$

:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} S_n$$

Bu jarayon orqali aniq integral funksiya grafigi ostidagi maydonni hisoblashga moslashadi. Ammo ba’zi hollarda bu ta’rif cheklangan bo‘lib, Lebeg integrali yoki Stiltjes integrali kabi kengroq ta’riflar ishlatiladi.

Lebeg integraliga o`tish:Riman integrali barcha funksiyalar uchun mavjud bo‘lmaydi, ayniqsa, funksiya uzluksiz bo‘lmagan joylarda. Lebeg integrali ushbu cheklovni bartaraf etadi.Lebeg usuli grafigi ostidagi maydonni interval bo‘yicha emas, balki y koordinatalarini bo‘laklash orqali aniqlaydi. Bu usulda:

1. Har bir funksiya qiymati uchun mos sohalar yig‘indisi hisoblanadi.
2. Limitlar orqali natija aniq integralga tenglashtiriladi.

Aniq integralning kengaytirilgan geometrik ma’nosi:Aniq integral faqat grafigi ostidagi maydonni emas, balki ko‘plab boshqa geometrik va fizik tushunchalarni aniqlashga yordam beradi:

1. Yuzalar hajmi: Agar egri chiziq bo‘ylab berilgan funksiya bo‘lsa, integral orqali uning hajmini aniqlash mumkin. Masalan, aylanish yuzalarining maydoni:

$$A = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + ((f`(x))^2}dx$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f`(x))^2}\, dx$$

Aniq integralning fizik asoslari:Aniq integral fizikada turli jarayonlarni modellashtirish uchun ishlatiladi:

1. Ishni hisoblash: Biror kuch $F(x)$biror yo‘l bo‘ylab harakat qilayotgan jismlarga ta’sir qilsa, bajarilgan ish quyidagicha aniqlanadi:

$$W = \int_a^b F(x)dx$$

2. Massaning markazi: Taqsimlangan massaning markazi integral yordamida aniqlanadi:

$$x_{markaz} = \frac{\int_a^b xp(x)dx}{\int_a^b p(x)dx}$$

3. Elektr va magnit maydonlar: Elektr maydon potensiali yoki magnit maydon quvvatlarini aniqlashda aniq integral muhim ahamiyatga ega.

Xulosa:Aniq integral matematikaning eng muhim tushunchalaridan biri bo‘lib, nazariy masalalarni yechishda hamda real hayotdagi amaliy muammolarni hal qilishda keng qo‘llaniladi. Uning xususiyatlari va formulalari murakkab masalalarni soddalashtirishga yordam beradi. Aniqlik bilan o‘rganilgan integral hisoblash zamonaviy texnologiya va fan sohalarining rivojlanishiga katta hissa qo‘shadi. Matematika faqatgina nazariy tushunchalarni o‘rganishni emas, balki bu bilimlarni amaliy muammolarga tadbiq qilishni ham talab qiladi. Aniqlangan integral:Dasturlash (Python, MATLAB, Mathematica) yordamida murakkab jarayonlarni modellashtirish,Sun’iy intellekt va algoritmik o‘rganishda (masalan, gradient hisoblash), Aerodinamika va gidrodinamikada oqimlar tahlili uchun ishlatiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. "Matematika" - A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin, 1970.
2. "Calculus" - James Stewart, 2015.
3. "Principles of Mathematical Analysis" - Walter Rudin, 1976. \
4. "Advanced Calculus" - Patrick M. Fitzpatrick, 2006.
5. "Mathematical Analysis" - Tom M. Apostol, 1974.
6. "Calculus: Early Transcendentals" - Howard Anton, Irl Bivens, Stephen Davis,2002.i