GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA VEKTORLARDAN FOYDALANISH

Bozorov Zokir Yuldosh o'g'li

Termiz davlat pedagogika instituti o'qituvchisi

Ravshanova O'g'ilshod Abdurashidovna

Termiz davlat pedagogika instituti talabasi

Annotatsiya: Maqolada ayrim turdagi geometrik masalalarni yechishda vektorlar algebrasi elementlari va xossalari qo'llanilgan hamda vektorli masalalarni yechishda ahamiyati ochib berilgan.

Аннотация: В статье элементы и свойства векторной алгебры используются при решении некоторых видов геометрических задач, а также раскрывается значение векторов в решении задач.

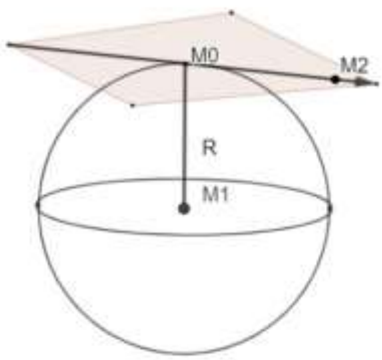
Abstract: In the article, the elements and properties of vector algebra are used in solving some types of geometric problems, and the importance of vectors in solving problems is revealed.

Kalit so'zlar: Geometriya, geometrik shakl, vektor, vektorlar usuli, nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, to'g'ri chiziqlarning parallellik va perpendikulyarligi.

Ключевые слова: Геометрия, геометрическая форма, вектор, метод векторов, точка, прямая, плоскость, параллельность и перпендикулярность прямых.

Key words: Geometry, geometric shape, vector, method of vectors, point, straight line, plane, parallelism and perpendicularity of straight lines.

Geometriya real hayotdagi predmetlarning miqdoriy ko'rsatkichlari va fazoviy shakllarini o'rganadigan fandir. Biror predmetni o'rganilayotganda uning faqat fazoviy shakli va o'lchamlari hisobga olinsa, unda *geometrik shakl* deb ataluvchi abstrakt obyektga ega bo'lamiz. Geometriyaning eng ajoyib xususiyati bu avval o'rganilgan, to‘g‘riligi isbotlangan xossalardan mantiqiy fikrlash, mushohada yuritish orqali yangi xossalarni keltirib chiqarish mumkinligidir. Umumiy o’rta ta’lim maktablarida o’rganiladigan matematik tushunchalar,masalalar va usullar doirasida amaliyotda keng tadbiq etiladigan va matematikaning asosiy tushunchalardan bo’lgan vektor tushunchasi muhim ahamiyatga ega. Geometrik masalani vektorlar usuli bilan yechish uchun quyidagi algoritm asosida ish ko‘rish maqsadga muvofiq bo‘ladi. Masala yechish ko‘nikmasiga va tajribasiga ham ega bo‘lish talab qilinadi. Bunday ko‘nikmaga sodda masalalardan boshlash va borgan sari murakkabroq masalalarni yechish orqali erishiladi. Shuningdek, masalalarni yechishning turli xil usullari bor bo‘lib, ularni faqat ko‘p masala yechish orqali o‘zlashtirish mumkin. Har bir usul muayyan turkumga tegishli masalalarni yechish uchun qo‘llaniladi. Qancha ko‘p usul o‘zlashtirilsa, shuncha masala yechish ko‘nikmasi shakllanadi. Ayrim turdagi geometrik masalalarni yechishda vektor usulidan foydalanish qulaydir. Masalani vektorlar tiliga o‘girish, ya’ni masaladagi ba’zi kattaliklarga vektor sifatida qarab, ularga doir vektorli tenglamalar tuzish;



1-chizma

- Vektorlarning ma’lum xossalaridan foydalanib vektorli tenglamalarning shaklini almashtirish va noma’lumni topish;
- Vektorlar tilidan geometriya tiliga qaytish;
-Javobni yozish.

1-Masala. $x^2+y^2+z^2=49$ sferaga M_0(2,-3,6) nuqtada urinuvchi tekislikning tenglamasini toping.

Yechish: $(a_{11}x_0+a_{12}y_0+a_{13}z_0+a_{14})(x-x_0)+(a_{21}x_0+a_{22}y_0+a_{23}z_0+a_{24})(y-y_0)+(a_{31}x_0+a_{32}y_0+a_{33}z_0+a_{34})(z-z_0)=0$ tenglamaga $a_{ij}(i,j=1,2,3,41)$ ning qiymatlarini qo’yib, urinma tekislik tenglamasini yozish ham mumkin edi, lekin biz bu yerda boshqacha yo’l tutamiz. Bu yerda, sfera markazi

$M_1(0,0,0)$ nuqtada, radiusi esa 7 ga teng. Sferaning M_0 nuqtada o'tkazilgan urinma tekisligi sfera radiusiga perpendikulyarligi sababli $\overrightarrow{M_0M_2}$ vektor urinma tekislikning normal vektori bo'ladi. $\overrightarrow{M_0M_2}(-2,3,-6)$demak, izlangan tekislik tenglamasi $\overrightarrow{M_1M_0} \perp \overrightarrow{M_0M_2}$ $\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \overrightarrow{M_0M_2} = 0$ shu bo'yicha hisoblasak $-2(x-2) - 3(y+3) - 6(z-6) = 0$ yoki $2x - 3y + 6z - 49 = 0$ ko'rinishda bo'ladi.

2-Masala. Koordinatalar boshidan o'tib, $2x - y + 3z - 1 = 0$ va $x + 2y + z = 0$ tekisliklarga perpendikulyar bo'lgan tekislik tenglamasini toping.

Yechish: Koordinatalar boshi: $A(0,0,0)$; $2x - y + 3z - 1 = 0$ tekislikning normal vektori $\overrightarrow{n_1}(2,-1,3)$; $x + 2y + z = 0$ tekislikning normal vektori $\overrightarrow{n_1}(1,2,1)$. Izlanayotgan tekislikning normal vektori berilgan tekisliklar normal vektorlariga perpendikulyar bo'lgani uchun ularning vektor ko'paytmasidan chiqqan vektorga kollinear bo'ladi, shuning uchun normal vektorni $\vec{n} = [\overrightarrow{n_1}\overrightarrow{n_2}] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\right) = (-7,1,5).$ $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislik koordinatalar boshidan o'tkanligi uchun D=0 bo'ladi va $\vec{n}$ vektor tekislikning normal vektori hisoblanganligi uchun izlanayotgan tekislik $7x - y - 5z = 0$

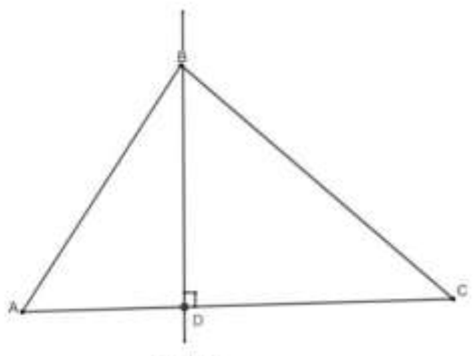
`**3-masala.**Uchlari A(4,2) , B(5,7) va C(-3,4) nuqtalarda bo'lgan uchburchak berilgan. B nuqtadan o'tib AC tomonga **a**) perpendikulyar **b**) parallel to'g'ri chiziq tenglamasini toping.

Yechish:

a) Perpendikulyar chiziq tenglamasi. B(5,7) M(x,y) BM va AC bir-biriga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar. Biz BM perpendikulyar chiziq tenglamasini topamiz.BM(x-5,y-7) AC(-7,2)

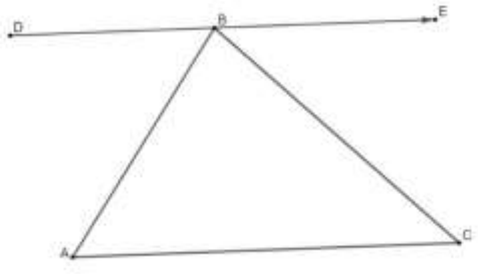
$$(x-5) \cdot (-7) + (y-7) \cdot 2 = 0$$

$$7x - 2y - 21 = 0$$



2-a chizma

b) parallel chiziq tenglamasi. B(5,7) D(x,y) BD va AC bir-biriga parallel to’g’ri chiziqlar. Biz BD parallel chiziq tenglamasini topamiz. Ikkita vektorlar parallel bo’lsa ular kollinear deyiladi. Bu masalada kollinearlik xossasidan foydalanamiz.



2-b chizma

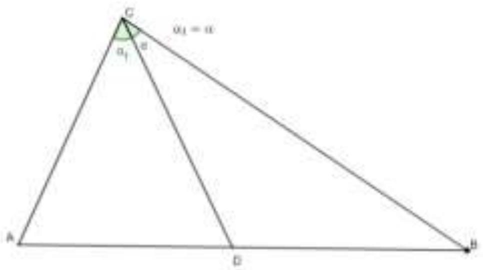
BD(x-5,y-7) AC (-7,2) .

$$\frac{x-5}{-7}=\frac{y-7}{2}$$

$$2x+7y-59=0$$

Tekislikda 3-a,3-b kabi masalalarni ko’rganimizdek,fazoda ham shu usul bilan masalalarni ishlashimiz mumkin.

4-masala. A(4,6), B(-4,0) va C(-1,-4) nuqtalarda bo’lgan uchburchak berilgan.BD bissektrisa tenglamasini toping.



3-chizma

Yechish:

$$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-4-4)^2+(0-6)^2}=10$$

$$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{(-1+4)^2+(-4-0)^2}=5$$

$$\gamma=\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{BC}|}=\frac{|\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{DC}|}=\frac{10}{5}=2$$

D(x,y) ni topish uchun kesmani berilgan nisbatda bo’lish formulasidan foydalanamiz.

$$x=\frac{x_1+\gamma x_2}{1+\gamma},y=\frac{y_1+\gamma y_2}{1+\gamma}$$

$$x=\frac{4+2\cdot(-1)}{1+2}=\frac{2}{3},y=\frac{6+2\cdot(-4)}{1+2}=\frac{-2}{3}$$

D(x,y)=D($\frac{2}{3},\frac{-2}{3}$) va B nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamasini tuzamiz.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

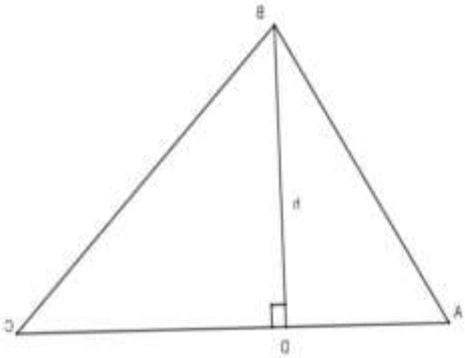
Shu tenglamadan bissektrisa tenglamasini topamiz.

$$\frac{x+4}{\frac{2}{3}+4}=\frac{y+0}{-\frac{2}{3}-0}$$

$x+7y+4=0$ bu BD bissektrisa tenglamasi hisoblanadi.

5-masala. A(4,6), B(-4,0) va C (-1,-4) nuqtalarda bo'lgan uchburchak berilgan.BD balandlik o'tkazilgan.Balandlik tenglamasini toping?

Yechish: A va C nuqtalar orqali o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzib olamiz.



$$\frac{x-4}{-1-4}=\frac{y-6}{-4-6}$$

$2x-y-2=0$ to'g'ri chiziq tenglamasidan yo'naltiruvchi vektori $\vec{n}(1,-2)$bo'ladi.B nuqtadan o'tib $\vec{n}(1,-2)$ normal vektorga ega bo'lgan to'g'ri chiziq

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$$

tenglama balandlik tenglamasi deyiladi.

$$1(x+4)+2(y-0)=0$$

$$x+2y+4=0$$

Bu to'g'ri chiziq BD balandlik tenglamasi hisoblanadi.

6-masala. A (1,-3,1) va B (0,2,4) nuqtalardan bir xil uzoqlikda yotgan nuqtalar to'plamining tenglamasini tuzing.

Yechish. A va B nuqtalardan bir xil uzoqlikda yotgan K nuqta olaylik.$\overrightarrow{AK}$ va $\overrightarrow{BK}$ vektorlar bir xil uzoqlikda yotganligi uchun uzunliklari teng bo'ladi.

$$|\overrightarrow{AK}|=|\overrightarrow{BK}|$$

$$(x-1)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=x^2+(y-2)^2+(z-4)^2$$

$$x^2-2x+1+y^2+6y+9+z^2-2z+1=x^2+y^2-4y+4+z^2-8z+16$$

Izlangan tekislik $2x-10y-6z+9=0$ ko'rinishda bo'ladi.

Bizning fikrimizcha, vektorlarni koordinata shaklida xususiyatlari, vektorlar ustida amallar hamda vektor hisobining soddaligi tufayli vektor usuli geometrik masalalarni yechishning ishonchli vositalaridan biri hisoblanadi. Bunday masalalar esa oson algoritmlashtiriladi, ya’ni aniq hisoblashlar ketma-ketligiga olib keladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati:

1. Bozorov Zokir Yuldosh o'g'li “Using the coordinate-vector method in solving planametrik problems” International journal of social science & interdisciplinary research ISSN: 2277-3630 Impact factor: 7.429 IJSSIR, Vol. 12, No. 05. May 2023 97-99 bet.

2. Zokir Yuldosh o‘g‘li Bozorov “Ta’lim sifati menejmenti va unga bo‘lgan yondashuvlar” research and education, Scientific Journal Impact Factor 2023: 5.789, ISSN: 2181-3191,VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2023

3. Zokir Yuldosh O‘G‘Li Bozorov “Geometrik masalalarni yechishda koordinatavektor usulidan foydalanish” Academic Research in Educational Sciences, Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723, ISSN: 2181-1385, DOI: 10.24412/2181-1385-2021-11-1471-1478, VOLUME 2 | ISSUE 11 | 2021