

IQTISODIY MAZMUNDAGI BAZI MUAMMOLI MASALALARNI CHIZIQLI DASTURLASH MASALASIGA KELITIRIB, GRAFIK USULIDA YECHISH

Kamoldinov Sardorbek Maxammadsobir o'g'li

Toshkent davlat Iqtisodiyot Universiteti o'qituvchi

[*kamoldinovs03@gmail.com*](mailto:kamoldinovs03@gmail.com)

Annotatsiya: Iqtisodiy mazmundagi bazi muammoli masalalarni chiziqli dasturlash masalasiga keltirib grafik usuli orqali o'rganish, ushbu mavzudagi ilmiy tezis orqali hozirgi kundagi ko'p uchraydigan iqtisodiy muammolarni yechishga xarakat qilingan.

Kalit so'zlar: Chiziqli dasturlash, grafik, iqtisodiy, maqsad funksiya, cheklovlar.

Kirish

Ko'pgina boshqaruv qarorlari tashkilot va korxonalarining moddiy, iqtisodiy hamda ishchi-xizmatchi resurslarini samarali taqsimlash masalalarini yechishni taqozo etadi. Tashkilot va korxonalar ishlab chiqarish, savdo yoki xizmat ko'rsatish sohasida faoliyat ko'rsatishidan qat'i nazar, quyidagi masalalar doimiy yechim talab qiladigan masalalar qatoriga kiradi:

- ishlab chiqarishning optimal rejasini aniqlash;
- sotish va sotib olishning optimal rejalarini aniqlash;
- transportda tashishning optimal rejasini tuzish;
- zaxiralarni optimal boshqarish (qancha sotib olish yoki sotish kerak?);
- loyihalarni optimal rejalashtirish va boshqarish;
- ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlar ishini optimal tashkillashtirish hamda samaradorligini baholash va hokazo.

Chiziqli dasturlash usulining asoschisi deb, L.V.Kantorovich tan olingan. Uning 1939 yilda chop etilgan "Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejalashtirish"

monografiyasida chiziqli dasturlash usulining dastlabki tushunchalari keltirilgan. L.V.Kantorovich tomonidan ilgari surilgan g'oya o'z vaqtida e'tiborsiz qolgan.

Ikkinchi jahon urushidan so'ng amerikalik olim T.Ch.Kupmans chiziqli dasturlash masalalari va ularning imkoniyatlarini fan va amaliyot uchun qayta kashf etdi.

Shuningdek, yana bir amerikalik olim D.Dantsig 1947 yilda chiziqli dasturlash masalalarini yechishning effektiv usuli – simpleks usulini ishlab chiqdi. “Chiziqli dasturlash” atamasi 1940 yillarning o'rtalarida aynan shu olim tomonidan muomalaga kiritilgan bo'lib, dasturlash so'zi rejalashtirish ma'nosida tushunilishi kerak (inglizcha – programming so'zining yana bir ma'nosi).

1950 yillardan keyin elektron hisoblash mashinalarining paydo bo'lishi chiziqli dasturlash usulining tez sur'atlar bilan rivojlanishiga zamin yaratdi. Shu asnoda amaliy iqtisodiy masalalar tadqiq etilishi yangi fan tarmog'i bo'lmish chiziqli dasturlashni yaratilishi va iqtisodda matematik usullarning rivojlanishida yangi davr boshlanishiga olib keldi.

Tahlil va natijalar

Moddiy, ishchi yoki vaqt resurslaridan unumli foydalanish boshqaruv qarorlari qabul qilishda muhim ahamiyatga ega. Resurslar – mashina, uskuna, xomashyo, ishchi kuchi, vaqt, mablag' yoki zahira imkoniyatlarini oqilona taqsimlash korxonalar yoxud tashkilot iqtisodiy samaradorlik ko'rsatkichlari yuqori bo'lishining garovidir.

Chiziqli dasturlash qarorlar qabul qilishda keng qo'llaniladigan matematik modellashtirish vositasi bo'lib, u boshqaruvchilarga resurslarni rejalashtirish va taqsimlash masalalarini yechishga yordam beradi.

Ta'rif. Ko'p argumentli chiziqli funksiya argumentlarining chiziqli cheklovlar ostidagi ekstremumi (maksimum yoki minimum)ni topishga chiziqli dasturlash deyiladi.

Masalan,

$$f(x, y) = 3x + 4y$$

ikki argumentli chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x + y \leq 100 \\ x - 3y \leq 75 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

chiziqli tengsizliklarni qanoatlantiruvchi maksimal qiymatini toping. Keltirilgan misol chiziqli dasturlashtirish masalasi bo'la oladi. Bunda $f(x, y) = 3x + 4y$ funksiya maqsad funksiya, $x \geq 0, y \geq 0$ tengsizliklar nomanfiylik shartlari, chiziqli tengsizliklar sistemasi esa chiziqli dasturlash shartlari deyiladi.

Chiziqli dasturlash masalasi – ko'pgina iqtisodiy masalalarning matematik modelidan iboratdir.

Hozirda chiziqli dasturlash masalalari ishlab chiqarish, qishloq xo'jaligi, moliyaviy, harbiy, marketing masalalarini yechishda keng qo'llanilmoqda. Qo'llanilish doirasi juda keng bo'lishi bilan bir qatorda ushbu masalalarning umumiy jihatlari bor.

Barcha chiziqli dasturlash masalalarining asosida biror miqdoriy ko'rsatkichni maksimallashtirish yoki minimallashtirish yotadi. Bu miqdoriy ko'rsatkich maqsad funksiyasi deb ataladi. Chiziqli dasturlash masalasida maqsad aniq qo'yilgan va maqsad funksiya matematik ifodalangan bo'lishi kerak.

Maqsad funksiya o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lib, optimallashtirishdan murod maqsad funksiyasining eng katta (yoki kichik) qiymatiga erishuvchi o'zgaruvchilarning qiymatlarini topish.

Ishlab chiqarish masalalarida ishlab chiqaruvchining oldiga qo'ygan maqsadi foyda yoki daromadni oshirish, ishlab chiqarish xarajatlarini kamaytirish bo'lishi mumkin. Bunda maqsad funksiya foyda, daromad yoki ishlab chiqarish xarajatlari bo'lishi mumkin. Dehqonchilik masalalarida yer, suv, o'g'it yoki texnika zaxiralaridan unumli foydalanish evaziga yuqori hosildorlik ko'rsatkichlari (maqsad funksiya)ga erishishni maqsad qilib olish mumkin. Xizmat ko'rsatish sohasida, misol tariqasida, transport vositalari taqsimoti masalalarini ko'rish mumkin. Bunda maqsad funksiyasi sifatida transport xarajatlari (minimizatsiya masalasi), tashishdan tushadigan umumiy foyda (maksimizatsiya masalasi) yoki transport vositasini kutish vaqti (minimizatsiya

masalasi) kabilarni ko'rish mumkin. Masalan, (moliya sohasida) bank mablag'larini shunday tarzda taqsimlash kerakki, investitsiyalardan tushadigan daromad (maqsad funksiya) maksimal bo'lsin.

Ixtiyoriy optimallashtirish masalasi o'zgaruvchilarga qo'yilgan ma'lum cheklanishlar doirasida amalga oshiriladi. Bu cheklanishlar quyidagi omillar bilan belgilangan bo'lishi mumkin:

- ikkilamchi maqsadlar (investitsion portfel riskining minimizatsiyasi masalasini yechganda daromad olish ko'zda tutiladi);
- imkoniyatdagi moddiy, ishchi, texnik yoki vaqt resurslarining cheklanganligi;
- faoliyat olib borishda belgilangan qoidalar (bozor cheklovlari, normativ aktlar, qaror qabul qiluvchi subyekt talablari va boshqalar).

Masala o'zgaruvchilarining masala cheklanishlarini (shartlarini) qanoatlantiruvchi qiymatlarning ixtiyoriy to'plamiga mumkin bo'lgan yechim deb ataladi. Qaror qabul qiluvchi shaxs mumkin bo'lgan yechimlar orasidan tanlash imkoniga ega bo'lishi kerak.

Ta'rif. Barcha mumkin bo'lgan yechimlar orasidan maqsad funksiyasi eng katta yoki eng kichik qiymatlarga erishuvchi yechimga optimal yechim deb ataladi.

Aksariyat hollarda optimal yechim bitta bo'ladi, ammo amaliyotda optimal yechimlar soni ko'p bo'lgan modellar ham uchraydi.

Chiziqli dasturlashda maqsad funksiyasi masala o'zgaruvchilarga chiziqli bog'liq hamda cheklovlar chiziqli tenglama va tengsizliklar bilan ifodalanishi kerak.

Chiziqli dasturlash modellarida noma'lum o'zgaruvchilardan tashqari o'zgarmas miqdorlar ham qatnashadi. Bunday miqdorlarga model parametrlari deb ataladi. Ishlab chiqarish masalalarida mahsulotlarning narxi, xomashyo zaxirasi – bular model parametrlari, mahsulotlarning ishlab chiqarish hajmlari bu modelning no'malum o'zgaruvchilari. Model parametrlar maqsad funksiyasining ko'rinishini va qiymatini aniqlaydi, optimal yechimga ta'sir qiladi. Model parametrlarning o'zgarishi optimal yechimning o'zgarishiga olib keladi. Ammo chiziqli dasturlash masalasini yechish jarayonida model parametrlari o'zgarmas deb olinadi. Chiziqli dasturlash usuli

masalaning optimal yechimini topish bilan bir qatorda optimal yechimning model parametrlari o'zgarishi bilan qanday o'zgarishi haqida ma'lumot beradi.

Iqtisodiy masalalarni chiziqli dasturlash masalasi ko'rinishida ifodalashning asosi masala parametrlarini to'g'ri tanlash va ular orqali maqsadni chiziqli funksiya orqali ifodalash, chegaralarni esa chiziqli tengsizlik va tengliklar orqali ifodalashdan iboratdir.

Chiziqli dasturlash masalasini yechish uchun masalani formallashtirish, ya'ni masalaning matematik modelini tuzib olish zarur. Masalaning matematik modelini tuzish quyidagi qadamlarni o'z ichiga oladi:

- mavjud muammoni aniqlab olish;
- maqsadni aniqlab olish;
- masala doirasidagi cheklovlarni aniqlab olish;
- masala o'zgaruvchilarini aniqlab olish;
- masala parametrlarini aniqlab olish;
- masala o'zgaruvchilaridan foydalanilgan holda maqsad funksiyasi va cheklovlarni matematik ifodalash.

Masalaning qo'yilishi. Quyida ishlab chiqarishning optimal rejalashtirish haqidagi amaliy masala uchun matematik modeli tuzish va hosil bo'lgan chiziqli dasturlash masalasini maxsus dasturda yechish.

“Fayz Xolding” ko'p tarmoqli korxonasi uchun ishlab chiqarishni optimal rejalashtirish masalasi

Fabrikada ikki turdagi mahsulot ishlab chiqariladi: shkaf va televizor uchun tumba. Bir dona shkaf yasash uchun 3,5 m. standart DSP, 1 m. standart shisha va bir ishchining bir kunlik mehnati sarflanar ekan. Bitta tumba uchun 1 m. DSP, 2 m. shisha va bir ishchining bir kunlik mehnati sarflanadi.

Bir dona shkafni sotishdan tushadigan foyda 200\$, tumbadan esa – 100\$ ekan. Fabrikaning moddiy va mehnat resurslari cheklangan bo'lib, fabrikada jami 150 ta

ishchi ishlaydi. DSPning kunlik zaxirasi 350 m., shishaning zaxirasi esa 240 m.ni tashkil etadi. Fabrika maksimal foyda olish uchun bir kunda qancha shkaf va tumba ishlab chiqarishi kerak?

Masalaning matematik modelini tuzish uchun quyidagilarni aniqlab olamiz:

Boshqaruv muammosi	Ishlab chiqarish jarayonida fabrika xomashyo zaxirasidan oqilona foydalanish.
Maqsad	Zaxira imkoniyatlaridan kelib chiqqan holda “Olmos” mebel fabrikasi foydasini maksimallashtirish.
Cheklovlar	Moddiy va mehnat resurslariga bo‘lgan cheklovlar: DSPning kunlik zaxirasi 350 m., shishaning zaxirasi 240 m.ga teng, fabrikada jami 150 ta ishchi ishlaydi.
Masala o‘zgaruvchilari	Korxonada kundalik ishlab chiqarish lozim bo‘lgan shkaflar va tumbalar soni.
Masala parametrlari	Bir dona shkaf va bir dona tumba yasash uchun ketadigan moddiy va mehnat resurslari, bir dona shkaf va bir dona tumba sotishdan tushadigan foyda miqdori. Masala parametrlari 1-jadvalda keltirilgan.

RESURSLAR	SHKAF	TUMBA	ZAHIRA HAJMI
DSP	3,5 m.	1,0 m.	350 m.
SHISHA	1,0 m.	2,0 m.	240 m.
ISHCHI	1 ta	1 ta	150 ta
FOYDA	200	100	

1-jadval. Masala parametrlari

Masalaning matematik modeli. Masalaning matematik modelini yozishdan avval ayrim belgilashlarni kiritib olamiz. Fabrikaning kundalik ishlab chiqaradigan shkaflar

soni x va tumbalar soni y bo'lsin. U holda fabrikaning kundalik umumiy foydasi har ikki mahsulotdan ko'radigan foydalarning yig'indisidan iboratdir. Agar bir dona shkafdan tushadigan foyda 200\$ bo'lsa, x dona shkafdan tushadigan foyda $200 \cdot x$ ga teng bo'ladi. Xuddi shu kabi, bir dona tumbadan tushadigan foyda 100\$ bo'lsa, y dona tumbadan tushadigan foyda $100 \cdot y$ ga teng bo'ladi. Kundalik ishlab chiqilgan jami mahsulotdan tushadigan foyda $F = 200x + 100y$ dollarga teng bo'ladi.

Maqsad funksiyasi. Jami mahsulotdan tushadigan foyda $F = 200x + 100y$ ga teng bo'ladi.

Maqsad funksiyasining ko'rinishidan ishlab chiqariladigan mahsulot hajmlari x va y qancha katta bo'lsa, fabrikaning ko'radigan foydasi F shuncha katta bo'lishi ma'lum. Ammo kundalik ishlab chiqariladigan shkaf va tumbalar sonini istalgancha ko'p qilib olib bo'lmaydi, chunki fabrikaning moddiy va mehnat resurslari cheklangan.

Cheklovlar. Qanday cheklovlar doirasida maqsad funksiyasini optimallashtirishimiz kerakligini aniqlash uchun fabrika zaxirasidagi DSP, shisha miqdori va ishchilar soniga shartlarni aniqlaymiz.

1	Bir dona shkaf uchun 3,5 m. DSP va bir dona tumba uchun esa 1 m. DSP sarflangani uchun jami DSP sarfi $3,5x + y$ metr ga teng bo'ladi. Bu kattalik fabrikaning DSP zaxirasi 350 metrdan oshmasligi kerak.	$3,5x + y \leq 350$
2	Bir dona shkaf uchun 1,0 m. shisha va bir dona tumba uchun esa 2,0 m. shisha sarflangani uchun jami shisha sarfi $x + 2y$ metr ga teng bo'ladi. Bu kattalik fabrikaning shisha zahirasi 240 metrdan oshmasligi kerak.	$x + 2y \leq 240$

3	Bir ishchi kuniga bitta shkaf, yoki bitta tumba yasashi mumkin. Demak jami mahsulotlar soni $x + y$ jami ishchilar sonidan oshib keta olmaydi.	$x + y \leq 150$
4	Va nihoyat, ishlab chiqariladigan shkaflar soni x va tumbalar soni y manfiy bo'la olmaydi.	$x \geq 0, y \geq 0$

Demak, masalaning matematik modeli:

$$\begin{cases} 3,5x + y \leq 350 \\ x + 2y \leq 240 \\ x + y \leq 150 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

$$F = 200x + 100y \rightarrow \max$$

Endi ushbu masalaning yechimini grafik usulda aniqlashni ko'rib chiqamiz.

Chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish ikki bosqichdan iborat:

- Tekislikda chiziqli tengsizliklarni qanoatlantiruvchi to'plamni aniqlash;
- To'plamda maqsad funksiyasiga eksremal qiymat beradigan nuqtani topish.

$$\begin{cases} 3,5x + y \leq 350 & (a) \\ x + 2y \leq 240 & (b) \\ x + y \leq 150 & (c) \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

$$F = 200x + 100y \rightarrow \max$$

Avvalo, joiz yechimlar to'plamini topamiz. Nomanfiylik shartlarini e'tiborga olsak, joiz yechimlar to'plami Dekart koordinatalar sistemasining $x \geq 0, y \geq 0$ tengsizliklari bilan aniqlanadigan birinchi choragida joylashishiga isonch hosil qilamiz.

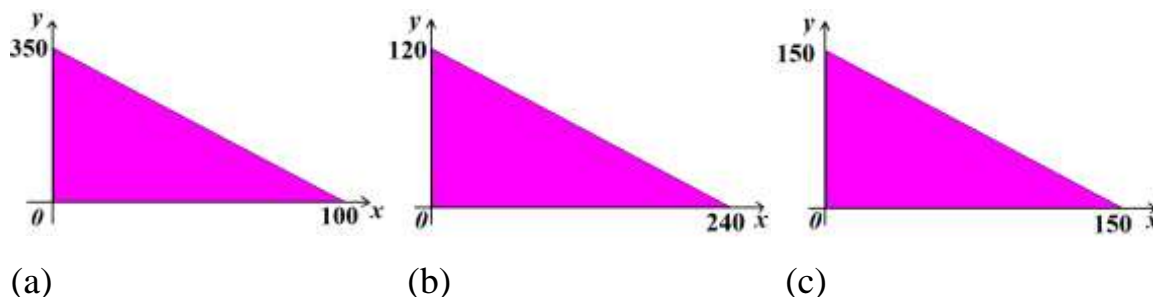
1-tengsizlik: $3,5x + y \leq 350$ tengsizlikni tenglik bilan almashtiramiz va $3,5x + y = 350$ to'g'ri chiziqning grafigini chizamiz. To'g'ri chiziqning grafigini chizishda uning koordinata o'qlari bilan kesishadigan nuqtalarini topish qulaylik

tugʻdiradi. $x=0$ boʻlganda $y=350$ kelib chiqadi. $y=0$ boʻlganda $x=100$ ga teng boʻladi.

Dekart koordinatalar sistemasida $(0; 350)$ va $(100; 0)$ nuqtalar orqali toʻgʻri chiziq oʻtkazib, $3,5x + y = 350$ funksiyaning grafigini hosil qilamiz. Bu toʻgʻri chiziq tekislikni ikki qismga ajratadi. Tengsizlikni qanoatlantiruvchi yarim tekislikni aniqlash uchun tekislikda joylashgan toʻgʻri chiziqda yotmagan ixtiyoriy nuqta, masalan, koordinatalar boshi $(0; 0)$ nuqtani olamiz. Bu koordinatalarni tengsizlikka qoʻyamiz: $3,5 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \leq 350$, yaʼni $0 \leq 350$ kelib chiqadi. Demak, 2 ta yarimtekisliklardan koordinatalar boshini oʻz ichiga olgan yarim tekislikni tanlaymiz. Shunday qilib, (a) tengsizlikni qanoatlantiruvchi soha OAB uchburchakdan iborat boʻladi (1(a)-rasm).

2-tengsizlik: $x + 2y \leq 240$ tengsizlikni tenglik bilan almashtiramiz va $x + 2y = 240$ toʻgʻri chiziqning grafigini chizamiz. Bu toʻgʻri chiziq koordinata oʻqlarini $(0; 120)$ va $(240; 0)$ nuqtalarda kesib oʻtadi. $(0; 0)$ nuqtani tengsizlikka qoʻysak, $0 \leq 240$ tengsizlikni qanoatlantirishini koʻramiz. Demak, yarimtekisliklardan koordinata boshini oʻz ichiga olganini tanlaymiz. Natijada (b) tengsizlikni qanoatlantiruvchi soha OCD uchburchakdan iborat boʻladi (1(b)-rasm).

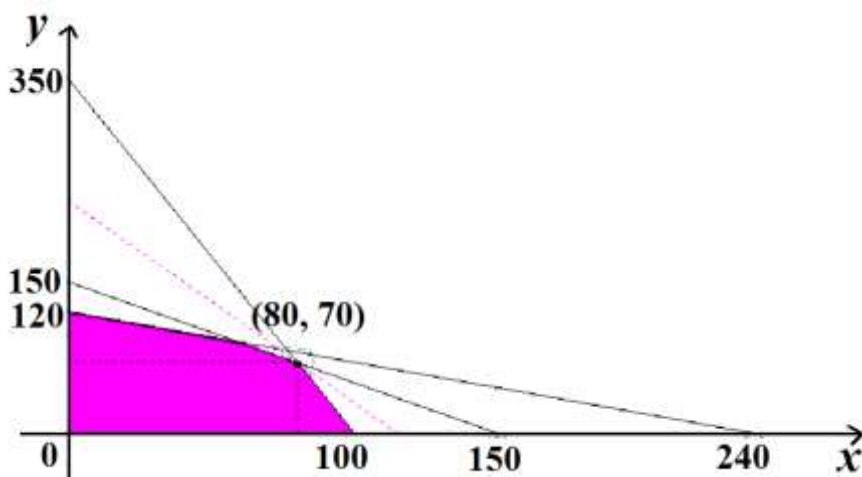
3-tengsizlik: $x + y \leq 150$ tengsizlikni tenglik bilan almashtiramiz va . Ushbu $x + y = 150$ toʻgʻri chiziqning grafigini chizamiz. Bu toʻgʻri chiziq koordinata oʻqlarini $(0; 150)$ va $(150; 0)$ nuqtalarda kesib oʻtadi. $(0; 0)$ nuqtani tengsizlikka qoʻysak, $0 \leq 150$ tengsizlikni qanoatlantirishini koʻramiz. Demak, (c) tengsizlikni qanoatlantiruvchi soha OFG uchburchakdan iborat boʻladi (1(c)-rasm).



1-rasm. Joiz yechimlar toʻplamini aniqlash jarayoni

Yuqorida keltirilgan barcha sohalarning umumiy qismini olsak, $OAED$ to'rtburchakdan iborat bo'lgan joiz yechimlar to'plamiga ega bo'lamiz (2-rasm).

Endi joiz yechimlar to'plamida maqsad funksiyasi $F = 200x + 100y$ maksimal qiymatga erishadigan nuqtani topishga o'tamiz. Buning uchun avval normal vektor $\vec{n} = (200, 100)$ ni quramiz. Agar maqsad funksiyasiga aniq qiymat bersak, y'ani c ni aniq songa tenglashtirsak, hosil bo'lgan to'g'ri chiziq \vec{n} vektorga perpendikulyar bo'ladi. To'g'ri chiziqni maksimasiya masalasini ko'rayotganimiz uchun \vec{n} vektor yo'nalishida o'ziga parallel ravishda siljitib boramiz. To'g'ri chizig'imiz joiz sohaning oxirgi tark etadigan nuqtasi maqsad funksiyasiga maksimal qiymat beradigan E nuqta bo'ladi.



2-rasm. Masalaning grafik usulda yechimini topish

E nuqtaning koordinatalarini topish uchun AB va CD to'g'ri chiziqlar tenglamalari yordamida sistema tuzib uni yechamiz:

$$\begin{cases} 3,5x + y = 350 \\ x + y = 150 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (80; 70)$$

Demak, tenglamalar sistemasini yechib, AB va CD to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi E ning koordinatalarini topdik: $(x; y) = (80; 70)$. Maqsad funksiyasining optimal qiymati esa quyidagicha topiladi:

$$F_{\max} = F(x; y) = F(80; 70) = 200 \cdot 80 + 100 \cdot 70 = 23000$$

Bundan ko‘rinadiki, fabrika bir kunda 80 dona shkaf va 70 dona tumba ishlab chiqarsa, maksimal foydasi 23000\$ bo‘lar ekan.

Xulosa: Yuqoridagi ko‘rinishdagi masalalarning optimal yechimini topish jarayonida quyidagi holatlar ro‘y berishi mumkin: masalaning yechimi yagona yoki cheksiz ko‘p yechimga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Raimova G., Dalaboyev U. Optimal qarorlar qabul qilish usullari. Chiziqli dasturlash. Darslik. T.: 2022. 240 b.

2. Xashimov A.R., Sotvoldiyev A.I., Xujaniyozova G.S., Xolbozorov Q.X. Iqtisodchilar uchun matematika. 1-modul (chiziqli algebra asoslari va uning iqtisodiyotga tatbiqlari). Darslik. T.: “Nihol-print” OK. 2022. 316 bet.

3. Sotvoldiyev A.I., Xidirov N.G‘. Dinamik modellarni iqtisodiyotda qo‘llanilishi. Science and education scientific journal. Tashkent. 2022. Vol. 3, No. 3. pp. 1-10.

4. Sotvoldiyev A.I., Turdiyev Sh.R. Hayot sifatini baholashning optimal usullari. Ilmiy tadqiqot va innovatsiya ko‘p tarmoqli ilmiy jurnal. Toshkent. 2022. 1-tom, 6-son. 31-35 betlar.

5. Sotvoldiyev A.I. Some Economic Applications of Differential Equations. Diversity Research: Journal of Analysis and Trends. Chile. 2023. Vol. 1, Issue 4. pp. 22-27.

6. Sotvoldiyev A.I., Ostonakulov D.I. Mathematical Models in Economics. Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development. Germany. 2023. Vol. 17, pp. 115-119.

7. Sotvoldiyev A.I., Ostonakulov D.I. About Game Theory and Types of Games. Texas Journal of Engineering and Technology. USA. 2023. Vol. 23, pp. 11-13.